

Fun for learning and practicing Márkov chains

Lúdica para el aprendizaje y apropiación de los conceptos de Cadenas de Márkov

Kevin A. Rodriguez ^{1*}, Lesly D. Escobar ²

Recibido: 14/11/2025

Aceptado: 12/12/2025

Fecha de Publicación: 18/12/2025

¹ Facultad de Ingeniería, Dpto. de Ingeniería Industrial, Univ. del Valle, Palmira, Colombia.
kevin.rodriquez.quintero@correounivalle.edu.co

² Facultad de Ingeniería, Dpto. de Ingeniería Industrial, Univ. del Valle, Palmira, Colombia.
escobar.lesly@correounivalle.edu.co

*Autor de correspondencia: kevin.rodriquez.quintero@correounivalle.edu.co

<https://doi.org/10.57173/ritc.v1n19a7>



Derechos de autor: ©2025

Resumen

Este proyecto busca innovar en la enseñanza de las cadenas de Márkov, un concepto esencial en probabilidad y educación en ingeniería industrial, mediante el juego educativo “Descifra la cadena”. El objetivo es facilitar la comprensión de estos modelos matemáticos a través de un enfoque lúdico que incentive a los estudiantes a interactuar de forma atractiva y accesible. La metodología cualitativa adoptada evaluará cómo los participantes asimilan y aplican el conocimiento adquirido mediante el juego, con el fin de mejorar su motivación y habilidades en matemáticas avanzadas. Se espera que el juego no solo refuerce la comprensión de las cadenas de Márkov, sino que también tenga un impacto pedagógico y económico positivo, proporcionando una herramienta innovadora y atractiva para la enseñanza de conceptos complejos en instituciones educativas.

Palabras clave: Cadenas de Márkov; educación matemática; aprendizaje activo; Gamificación; Pedagogía lúdica.

Abstract

This project seeks to innovate in teaching Márkov chains, a key concept in probability and industrial engineering education, through the educational game “Decode the Chain.” The aim is to facilitate understanding of these mathematical models by using a playful approach that encourages students to interact with the concepts in an engaging and accessible way. The qualitative methodology adopted will assess how participants assimilate and apply the knowledge acquired through the game, with the goal of enhancing their motivation and skills in advanced mathematics. The game is expected not only to strengthen the understanding of Márkov chains but also to have a positive pedagogical and economic impact by providing an innovative and engaging tool for teaching complex concepts in educational institutions.

Keywords: Márkov chains; mathematics education; active learning; Gamification; Playful pedagogy

1. Introducción

En la actualidad, el cambio es una palabra que sin duda describe la sociedad, las constantes innovaciones tecnológicas han traído consigo la cultura del inmediatez influyendo considerablemente en las dinámicas sociales, que imponen cada vez más un entorno competitivo, es así como la educación, con una clara función transmisora, se enfrenta a la transición de una educación tradicional a una que exige la capacidad de analizar, crear y compartir información de manera crítica (sanz-2003), un enfoque que busca el desarrollo de competencias cognitivas, emocionales y sociales, necesarias para enfrentar los retos del mundo contemporáneo.

En este contexto las metodologías activas se convierten en herramientas claves para fomentar la transformación de la educación, promoviendo un modelo educativo donde el rol protagónico cae en el estudiante, con el propósito de motivar un compromiso individual que a su vez contribuya a la creación de criterios propios al estar directamente relacionados con el proceso de aprendizaje, como destaca Gargallo (2009), entre las que se encuentra la gamificación que nace en Estados Unidos al final de la década del siglo XXI en el mundo de los negocios. Según Werbach y Hunter (2012) consiste en identificar y utilizar los elementos de juego en contextos empresariales, que posteriormente se traslada al campo educativo, identificando aspectos dentro de tareas, actividades o mensajes determinados que son susceptibles a ser transformados en juegos (Imma Marín y Esther Hierro, 2013). Una definición más amplia es acerca del significado de la gamificación es presentada por (Foncubierta Y Rodríguez, 2014), como se define a continuación:

“La técnica o técnicas que el profesor emplea en el diseño de una actividad, tarea o proceso de aprendizaje (sean de naturaleza analógica o digital) introduciendo elementos del juego (insignias, límite de tiempo, puntuación, dados, etc.) y/o su pensamiento (retos, competición, etc.) con el fin de enriquecer esa experiencia de aprendizaje, dirigir y/o modificar el comportamiento de los alumnos en el aula.”

Cabe aclarar que la gamificación, no solo busca incorporar mecánicas de juegos en actividades educativas, sino que también busca crear un entorno motivador en los que los estudiantes quieran involucrarse activamente (Kapp, 2012). Como describe Llorens-Largo (2016) este método tiene como factor clave la diversión, que provoca la liberación de dopamina en el cerebro, generando sensaciones positivas lo que se vuelve un factor importante en el aprendizaje al fortalecer procesos cognitivos esenciales como la memoria, la atención y la resolución de problemas, junto al deseo de seguir interactuando con la actividad.

El uso de lúdicas fomenta una mayor retención de los contenidos, factor fundamental en la enseñanza de conceptos que pueden ofrecer un alto nivel de complejidad. En el caso particular de esta investigación se aborda la temática relacionada con las cadenas de Márkov, que de acuerdo con Hillier (2010) se trata de un tipo de proceso estocástico (colección de variables aleatorias indexadas X_t) que evoluciona en el tiempo ($t=0,1,2,\dots$), donde X_t representa una característica de interés cuantificable, fundamentada en la teoría de la probabilidad que representa un desafío para los estudiantes por su naturaleza abstracta y su complejidad conceptual.

Lo anterior abre el espacio para integrar la gamificación como estrategia didáctica para facilitar su comprensión y transformar el aprendizaje en una experiencia interactiva, en la que los estudiantes pueden experimentar de manera práctica y reflexiva los procesos de toma de decisiones y análisis probabilísticos.

De acuerdo con Werbach y Hunter (2012), el diseño de actividades lúdicas efectivas debe incluir mecánicas, dinámicas y elementos específicos del juego, orientados siempre a

un objetivo de aprendizaje claro. La lúdica presentada en este artículo busca ser una herramienta para el aprendizaje e interiorización de los conceptos matemáticos y teóricos de las cadenas de Markov, que refuercen la comprensión y motivación de los estudiantes mientras desarrollan habilidades como el pensamiento crítico, el razonamiento lógico y la capacidad para tomar decisiones informadas.

2. Metodología

El desarrollo de la lúdica se fundamentó en los principios de Werbach y Hunter (2012), quienes establecen que un juego exitoso debe incorporar tres elementos fundamentales: componentes de juego, mecánicas y dinámicas. Se consideró el concepto de "estado de flujo", definido como un estado óptimo de concentración y disfrute que ocurre cuando las personas están completamente inmersas en una actividad que representa un equilibrio entre desafío y habilidad (Csikszentmihalyi, 1990). Este concepto resultó clave en el diseño de la lúdica, ya que buscamos fortalecer el compromiso y la motivación de los participantes.

Para promover el estado de flujo se siguieron los consejos propuestos por Biel y Jiménez (2015), en los que se busca asegurar que la actividad, no sea lineal, equilibrando el reto y el entretenimiento, con una duración adecuada a la dificultad, contando siempre con un objetivo claro y alcanzable, que resulte ameno y atractivo para los participantes, contando mecánicas accesibles para todos los jugadores y espacio a la retroalimentación que permita ajustar y mejorar la actividad según sea requerido, mientras se evita generar frustración.





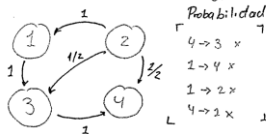

3. Resultados

Fase 1. Componentes del juego

En esta etapa, se definieron los elementos fundamentales que conforman el diseño del juego, con el objetivo de garantizar que sea accesible y alineado con los conceptos clave de las cadenas de Markov. Cada jugador dispone de una cadena específica seleccionada de manera aleatoria entre seis diseñadas previamente para el desarrollo de la lúdica. Estas cadenas han sido elaboradas con el objetivo de incluir un elemento clave de la teoría, como lo son estados absorbentes, transitoriedad y periodicidad, lo que espera asegure que los participantes puedan practicar y comprender estos conceptos.

Las cadenas están conformadas por cuatro estados, cada uno numerado de manera clara para facilitar su análisis y las preguntas. Además, se incluyeron elementos de ergonomía, como tableros y fichas fáciles de manipular, que permiten una experiencia de juego fluida. Estas características promueven la inmersión en el aprendizaje sin generar confusión o distracciones.

Tabla 1. Componentes del Juego

COMPONENTES DEL JUEGO			
SECUENCIA	NOMBRE	DESCRIPCIÓN	EVIDENCIA FOTOGRÁFICA
1	Presentación de la lúdica	La lúdica se presenta en tonos llamativos, con un nombre corto y puntual.	
2	Sistema de elección manual	Se expone un espacio de "selección"; cada número contiene diferentes cadenas.	
3	Diseño de las cadenas	Las cadenas están diseñadas con 4 estados y probabilidades de transición "camino" representadas por "flechas"; cada cadena cuenta con diferentes elementos teóricos claves.	
4	Descripción de la cadena	Se muestra una descripción detallada de los componentes de la cadena.	<ul style="list-style-type: none"> • Estado 4 al 4 probabilidad de pasar 1 • Estado 1 a 4 probabilidad de pasar 1/2 • Estado 1 al 3 probabilidad de pasar 1/2 • Estado 2 al 3 probabilidad de pasar 1/2 • Estado 3 al 3 probabilidad de pasar 1 • Estado 2 al 1 probabilidad de pasar 1/2 • 1 y 2 son estados transitorios • 3 y 4 son estados adsorbentes
5	Ayuda	Contiene información precisa con el fin de reforzar conceptos teóricos claves.	<ul style="list-style-type: none"> • Absorbentes: Estados de los que no se puede salir. • Recurrentes: Estados a los que se puede regresar. • Transitorios: Estados a los que no se puede regresar. 
6	Proceso escrito	Espacio autónomo del participante en el cual desarrolla la cadena del contrincante.	 <p>sin Probabilidad</p> <p>4 → 3 x</p> <p>2 → 4 x</p> <p>1 → 2 x</p> <p>4 → 1 x</p>
7	Fin	Informa que la partida ha finalizado; también invita al participante a repetir la partida.	

Fase 2. Mecánicas

Las mecánicas del juego se centraron en estimular el razonamiento lógico y la aplicación directa de los conceptos de las cadenas de Markov. En cada ronda, los participantes compiten entre sí intentando descubrir la estructura de la cadena de su oponente. Para facilitar esta tarea, se diseñó una guía de preguntas basada en conceptos teóricos, buscando que el participante reconozca la naturaleza de los estados absorbentes, transitorios y la probabilidad de transición entre ellos. Aunque la guía actúa como referencia, los jugadores tienen la libertad de formular sus propias preguntas, en pro de fomentar la creatividad, la capacidad de análisis y que desarrollen sus propias estrategias.

Un ejemplo de pregunta podría ser “¿Cuál es la probabilidad de pasar de tu estado 1 a el estado 3?” en respuesta el rival enunciaría en caso de ser correcta la sospecha “La probabilidad de pasar de mi estado 1 al 3 es $1/2$ ” caso contrario “No existe un camino del estado 1 al 3”. El análisis para esta respuesta estaría en la probabilidad ($1/2$), con el objetivo de facilitar la comprensión de los participantes las probabilidades representan la cantidad de caminos posibles $1/2$ da a entender que existen 2 caminos que salen del estado 1.

Las respuestas obtenidas durante el intercambio se plasman en la hoja, donde los jugadores intentan construir la representación gráfica de la cadena rival. Esta representación no sólo les permite practicar la elaboración de los diagramas de transiciones, sino que también les ayuda a reflexionar sobre las conexiones lógicas entre estados y sus probabilidades.

Al final de cada ronda, se compara la representación elaborada por el jugador con la cadena real de su contrincante. Este proceso de verificación incluye una retroalimentación directa que señala aciertos y errores en el razonamiento, ayudando a reforzar el aprendizaje. El ganador de la partida es aquel que logra descifrar correctamente la cadena del oponente antes que su rival o que termine la ronda. Esta estructura fomenta un sentido de logro y competencia saludable.

Fase 3. Dinámicas

La dinámica del juego se centra en fomentar una interacción activa y reflexiva entre los jugadores, promoviendo tanto el aprendizaje individual como el colaborativo. Los jugadores compiten para deducir la estructura de la cadena de Márkov del oponente, este proceso está diseñado para generar un ambiente de colaboración en el que se intercambian ideas y estrategias.

A lo largo del juego, los participantes deben prestar atención a los patrones en las respuestas de su contrincante y analizar cómo estas encajan en los conceptos de transitoriedad, absorbencia y periodicidad. Este análisis requiere de habilidades de razonamiento lógico y la capacidad de adaptarse a la información nueva que surge en cada turno.

Una característica de esta dinámica es la interacción cíclica entre preguntas y respuestas, a medida que los jugadores formulan preguntas y reciben respuestas, se enfrentan al desafío de ajustar su hipótesis inicial y de representar gráficamente los cambios en la estructura de la cadena. Este proceso fortalece la comprensión de las cadenas de Márkov al relacionar teoría y práctica de manera constante.

La naturaleza competitiva del juego añade un elemento de motivación, mientras que la comparación final de la cadena dibujada con la cadena real del oponente proporciona una retroalimentación de la ronda. Los jugadores aprenden de sus propios errores, aciertos y enfoques propios y de los demás. Esto fomenta una cultura de aprendizaje colectivo donde las estrategias exitosas pueden ser discutidas y compartidas.

En resumen, las dinámicas del juego están diseñadas para equilibrar la competencia y la colaboración entre los participantes, mientras se les ofrece una experiencia de aprendizaje teórica con una aplicación práctica en un ambiente lúdico y participativo.

CONCLUSIONES

La propuesta lúdica presentada destaca por su accesibilidad, lo que permite a los estudiantes adentrarse en las cadenas de Markov de manera más práctica, evitando la complejidad de los ejercicios teóricos en un principio y sin quedarse exclusivamente en lo teórico. Permitiendo al estudiante fortalecer sus habilidades de deducción, formulación de preguntas asertivas y el desarrollo de estrategias que faciliten la comprensión de la temática.

La flexibilidad de la dinámica es otro punto fuerte de la propuesta. El juego se ajusta fácilmente a diferentes niveles de dificultad, lo que lo hace adaptable a una amplia gama de contextos educativos y adecuado tanto para estudiantes novatos como avanzados. La posibilidad de modificar las cadenas y las preguntas permite que la lúdica sea replicable y utilizable en diversos cursos futuros, como una herramienta complementaria para reforzar el aprendizaje de conceptos relacionados con las cadenas de Markov.

Además de los aspectos estratégicos y lógicos, el juego favorece el aprendizaje activo y la exploración independiente. Los jugadores no solo practican los conceptos de manera teórica, sino que también los aplican en situaciones de deducción y análisis en tiempo real. Esta dinámica de aprendizaje práctico refuerza los conocimientos adquiridos y cultiva el interés de los estudiantes al hacerlos partícipes de su propio proceso de aprendizaje. La libertad para formular preguntas y la posibilidad de comparar las respuestas con las de los oponentes aumentan la participación activa y brinda una oportunidad para reflexionar sobre las decisiones tomadas durante cada ronda.

Todos estos aspectos mencionados anteriormente pudieron ser puestos a prueba en el XIII y XIV Encuentro Regional de Semilleros de Investigación RREDSI, donde la lúdica fue presentada a los estudiantes y docentes participantes del evento. Se dio la oportunidad de jugar varias rondas con diferentes niveles de comprensión de la temática, lo que permitió cautivar el interés de los participantes y evaluar la efectividad de la propuesta en un entorno práctico, recibiendo retroalimentaciones positivas de los pares evaluadores.

Tabla 2. Dinamica del juego

DINÁMICA DEL JUEGO		
PASOS	NOMBRE	DESCRIPCIÓN
1	Inicio	El participante debe contar con: Hoja en blanco, lápiz y celular/computador. Para iniciar deben entrar al enlace del juego.
2	Seleccionar cadena	El participante debe escoger un número entre los seis disponibles, que contiene una determinada cadena. Por la naturaleza del juego no se presentan inconvenientes al tener la misma cadena del contrincante.
3	Análisis de las cadenas escogidas	Cada contribuyente deberá comprender la cadena escogida, sus estados, caminos y probabilidades.
4	Preguntas	Ambos jugadores realizarán preguntas de la cadena del contrincante, respetando el turno y tiempo pactado.
5	Respuestas	Los jugadores cuentan con información visual y textual de las cadenas. Deberá responder en el tiempo pactado. Está prohibido dar información errónea.
6	Cadena descifrada	Una vez completada la cadena del contrincante, se presentará la cadena descifrada y se dará por terminado el juego o la partida; si la cadena es incorrecta, el jugador perderá la partida.
7	Fin	Los participantes analizarán ambas cadenas, abriendo un espacio para compartir estrategias y conceptos aprendidos.

Referencias

1. P. L. Sanz. (2003). "Metodología activa y aprendizaje autónomo con las TIC," Rev. Dept. Didáctica de las lenguas y las Ciencias Humanas y Sociales..
2. A. Gargallo, "Metodologías activas en la dirección estratégica de la empresa: implicación de los alumnos en el análisis estratégico de la universidad," RIE.
3. Werbach, K. & Hunter, D. (2012). Por la victoria: Como el pensamiento del juego puede revolucionar tus negocios. Wharton School Press. Harrisburg, EEUU.
4. Marín, I. y Hierro, E. (2013). Gamificación. El poder del juego en la gestión empresarial y la conexión con los clientes. Empresa Activa.
5. Foncubierta, José Manuel y Chema Rodríguez. (2014). "Didáctica de la gamificación en la clase de español"
6. Kapp, M. K. (2012) La gamificación del aprendizaje y la instrucción: métodos y estrategias basados en juegos para la formación y la educación. International Journal of Gaming and Computer-Mediated Simulations.

7. Llorens-Largo, F., Gallego-Duran, F. J., Villagra-Arnedo, C. J., Compan-Rosique, P., Satorre-Cuerda, R., & Molina-Carmona, R. (2016). Gamification of the Learning Process: Lessons Learned. IEEE Revista Iberoamericana de Tecnologías Del Aprendizaje.
8. Hillier, F. & Lieberman, G. (2010). Investigación de operaciones. (9.a Ed.). Mc Graw Hill, pp. 2-3.
9. Werbach, K. y D. Hunter. (2012). "For the Win: How Game Thinking Can Revolutionize Your Business", 1ts Edition, 147, Wharton Digital Press, Philadelphia Pennsylvania.
10. Csikszentmihalyi, Mihaly. (1990). Flow: The Psychology of Optimal Experience.
11. Brull, S. y S. Finlayson. (2016). "Importance of Gamification in Increasing Learning", doi: 10.3928/00220124-20160715-09, J. Contin. Educ. Nursing, 47(8), 372-375
12. L. Biel y A.Garcia.(). "Gamificar: El uso de los elementos del juego en la enseñanza de español."
13. Gallardo, M. H. (2015). Gamificar: el uso de los elementos del juego en la enseñanza de español.
14. Paz, H.L., Melo, N.N. y Castro, J.L. (2003). "Datos experimentales de lubricantes"
15. Smith, J.L., Gray, J. y otros ocho autores. (2006). "Observations of the celestial movement", J. Weird Physics"
16. Stiles, J.P.(1990). "Handbook of non-conventional energy. Publishers, Londres, Inglaterra
17. Torres, L.J. (2003). "Caracterización reológica de pastas de jamón".
18. Emel'yanenko, V., Verevkin S., y Heintz A.(2007). "The gaseous enthalpy of formation of the ionic liquid 1-butyl-3-methylimidazolium dicyanamide from combustion calorimetry"
19. Zaitsau, D., Kabo G., y otros 5 autores. (2006). "Experimental vapor pressures" J. Phys. Chem. A, 110(22), 7303-7306
20. Faraón Llorens-Largo, Francisco J. y otros seis autores. (2016). Gamificación del proceso de aprendizaje: Lecciones aprendidas. vol 4, Núm.
21. García-Casaus, F. Cara-Muñoz., Martínez-Sánchez, J.A., & Cara-Muñoz, M.M. (2020). "La gamificación en el proceso de enseñanza-aprendizaje: una aproximación teórica"
22. Julieth Katherin Acosta-Medina, Martha Liliana Torres-Barreto³, Mileidy Alvarez-Melgarejo, Maira Camila Paba-Medina. (2019). "Gamificación en el ámbito educativo: Un análisis bibliométrico".