

MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN UN HOVERCRAFT.

Francia Inés Campo Pizarro
e-mail: Franciacampo@unicomfacauca.edu.co
James Ferney Plaza Mera
e-mail: Jamesplaza@unicomfacauca.edu.co

Resumen El presente artículo muestra el análisis y el desarrollo matemático necesario en el diseño de un vehículo tipo Hovercraft a pequeña escala, sus variables y la interacción de las fuerzas en el mismo, así como ilustraciones básicas que permitirán al lector comprender de un modo sencillo su funcionamiento.

Palabras Clave: Hovercraft, Suspensión, Propulsión, Presión, Caudal, Empuje.

Abstract: This article presents the analysis and mathematical development needed in the design of a Hovercraft-type vehicle on a small scale, its variables and the interplay of forces in it, as well as basic illustrations which will enable the reader to understand in a simple operation.

Keywords: Hovercraft, Suspend, Sprint, pressure, flow, thrust.

INTRODUCCIÓN

Un Hovercraft u Aerodeslizador es un tipo de vehículo anfibio multi terreno capaz de suspenderse gracias a su particular forma de trabajo, su principal cualidad radica en la capacidad de poder moverse sobre diversas superficies regulares mediante un colchón de aire presurizado, el cual se genera a través de un sistema de suspensión. Diversos autores en el diseño de prototipos a baja escala no logran comprender el funcionamiento completo que rige a un Hovercraft, aunque esto no quiere decir que sus procesos matemáticos y de diseño sean erróneos, solo que los conceptos a veces no logran ser adquiridos en su totalidad por lo que se presenta mucha confusión a la hora de fabricar y corroborar los cálculos establecidos con los resultados finales. La finalidad de este documento es precisamente aclarar mediante gráficas y cálculos matemáticos el funcionamiento y las fuerzas que rigen a este tipo de vehículos anfibios.

Se debe iniciar hablando que los componentes generales de un aerodeslizador pueden variar dependiendo de su forma constructiva y la aplicación para la cual se destinan, sin embargo a continuación en la **Figura. 1**, se muestra la configuración clásica que lo compone. [1]

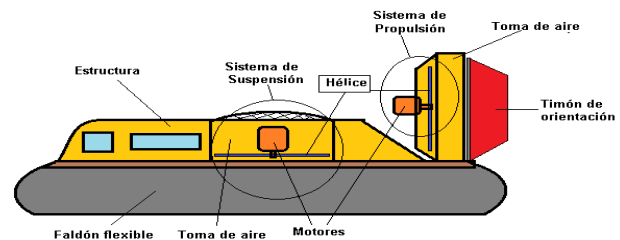


Figura. 1 Configuración general de un Hovercraft

Hélice: componente de “N” aspas que genera caudal (Q) y fuerza de empuje en movimiento.

Timón de orientación: dispositivo que evita la desviación del curso, es el encargado de dar la dirección al vehículo.

Toma de aire: abertura para permitir la entrada de aire.

Faldón flexible: parte inferior flexible, desarrollados años después de la invención del aerodeslizador. Su objetivo es poder ampliar su rango de operación a través de las olas ya que sin este solo podrá atravesar algunos centímetros de altura.

Estructura: Es la base e inicio del diseño de construcción de un aerodeslizador ya que es donde estarán integrados los demás componentes, es de suma importancia ya que deberá tener características de rigidez y resistencia para soportar los esfuerzos y las cargas involucradas.

Motores: Son una de las partes más importantes a tener en cuenta, ya que son las encargadas de generar la

potencia necesaria para los subsistemas del vehículo como por ejemplo; Sistema de propulsión, sistema de suspensión y otros componentes en caso de tenerlos, si no se eligen los motores adecuados probablemente los subsistemas no funcionarían correctamente.

Sistema de Propulsión: Este se encarga de generar la fuerza de empuje del vehículo, interactúan la hélice de propulsión y el motor, la unión de estos sub-sistemas aceleran el fluido (aire) que a su vez provocan movimiento o dirección de avance hacia adelante.

Sistema de Suspensión: Es el que se encarga de suspender el vehículo para poder movilizarse sobre cualquier superficie, interactúan la hélice, el motor y la falda flexible, la unión de estos sub-sistemas provoca una diferencia de presión que actúa directamente entre el casco de la embarcación y la superficie debajo de ella.

MATERIALES Y MÉTODOS - FUERZAS ACTUANTES

El modelo matemático del presente artículo, está encaminado a determinar las fuerzas que rigen a un *Hovercraft* con geometría rectangular y puntas redondeadas de bajas dimensiones. Por tanto, para comprender dichas fuerzas actuantes, [2] se hace necesaria una ilustración tal y como se muestra en la **Figura. 2**.

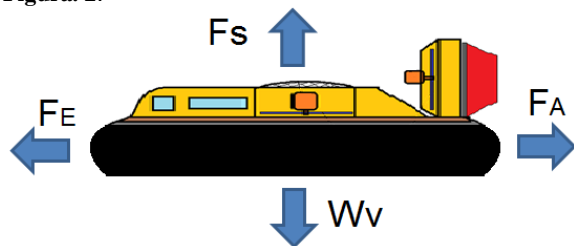


Figura. 2 Diagrama de cuerpo libre de un aerodeslizador

Donde F_S la fuerza de suspensión, F_E la fuerza de empuje, F_A fuerza de arrastre y W_V el peso total.

Como se aprecia en la anterior figura, para lograr un desplazamiento o movimiento horizontal sobre la superficie en la que se encuentre, se hace imperioso vencer dos de las cuatro fuerzas, y encontrar matemáticamente las otras dos a fin de que permitan el impulso del vehículo.

Las fuerzas a vencer son:

- Peso W_V
- Fuerza de arrastre F_A

Las fuerzas a encontrar son:

- Fuerza de suspensión F_S
- Fuerza de empuje F_E

Un vehículo *Hovercraft* se relaciona principalmente por los principios de Bernoulli combinados con los de pascal y la ley de Newton.

La parte crítica en un vehículo de esta clase es lograr una óptima suspensión, por lo que se hace necesario el uso de los principios anteriormente citados y en donde su principal fundamento son conceptos de diferencia de presiones.

MODELAMIENTO MATEMÁTICO FUERZA DE SUSPENSIÓN – DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN

Para poder determinar la presión, y suspender el vehículo de la superficie, se hace necesario estudiar los factores físicos que se involucran encontrando la relación de los mismos con su funcionamiento, para esto se debe iniciar hablando del principio de Bernoulli.

Bernoulli explica que los fluidos conservan energía y como ya se sabe el aire es un fluido, este principio relaciona la velocidad de un fluido con su presión, además este principio dice que la energía de un fluido es una constante, esta energía es proporcional al producto de la velocidad y la presión, ósea que si la velocidad aumenta, la presión disminuye o viceversa, [3] El efecto **Venturi** por otra parte es la reducción en la presión del aire que se produce cuando el fluido fluye a través de una sección estrecha. Por lo que al ser aplicado a un *Hovercraft* se genera un aumento en la velocidad del aire por encima de la base del vehículo disminuyendo su presión y generando el efecto contrario dentro del cojín o colchón de aire, esto finalmente produce un levantamiento de toda la estructura. En la **Figura. 3** se ilustra este fenómeno.

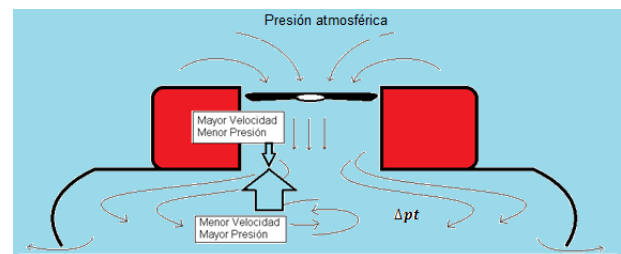


Figura. 3 Diferencias de presión

Por otra parte el principio de pascal o ley pascal resume que la presión ejercida en cualquier lugar de un fluido encerrado se transmite por igual en todas las direcciones en todo el fluido, es decir la presión en todo el fluido es constante [4].

Teniendo claro estos conceptos es posible determinar o deducir las fuerzas que deben aplicarse para lograr una diferencia de presiones Δp_t y en donde este se denomina comúnmente como efecto suelo.

Todos estos principios fueron relacionados por *sir thornycroft* y *sir christopher cockerell* donde concluyen

en la teoría fundamental que describe el principio de operación del funcionamiento de esta clase de vehículos, esta teoría es conocida actualmente como la teoría de colchón de aire [5]. A continuación se muestra esta relación.

$$P_c = \frac{F_s}{A_i} \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde F_s es la fuerza de suspensión, A_i es el área inferior del vehículo, y P_c es la presión teórica efectiva de suspensión (presión de colchón de aire), presión que es igual a la diferencia de presiones entre la presión generada por el sistema de suspensión p y la presión atmosférica.

Con lo anterior se puede resumir que la p_c , es la presión manométrica generada en el colchón y falda del vehículo necesaria para crear la fuerza de sustentación

Por ley de Newton se sabe que la sumatoria de fuerzas es igual a cero. Así pues se deberán tener en cuenta factores de peso y carga que estarán presentes en el vehículo ver la **Figura. 4**

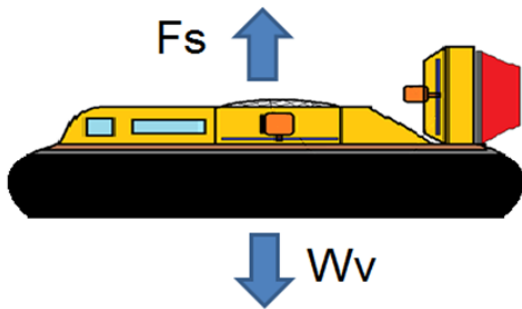


Figura. 4 Diagrama de cuerpo libre (suspensión)

Estos parámetros se anexan en la ecuación de equilibrio tal y como se muestra a continuación:

$$\sum F = F_s - (W_v \times g) = 0$$

$$F_s = W_v \times g \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde W_v es el peso total del vehículo y g es la gravedad.

Reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1 y agregando un factor de seguridad se obtiene:

$$P_c = \frac{F.S. \times W_v \times g}{A_i} \quad \text{Ecuación 3}$$

Para hallar el factor de seguridad $F.S.$ se toma como referencia a Bereau Veritas quien según él este valor se puede calcular de la siguiente manera:

$$F.S. = \frac{\text{Carga Extrema}}{\text{Carga Basica}} \quad \text{Ecuación 4}$$

Finalmente se deberá agregar un factor de corrección al área inferior η , ya que el área efectiva es un poco menor debido a su geometría curva. Diversos autores y diseñadores proponen un valor de ηA de 0.9 para corregir este valor.

$$P_c = \frac{F.S. \times W_v \times g}{\eta A \times A_i} \quad \text{Ecuación 5}$$

DETERMINACIÓN DEL CAUDAL (Q)

El factor caudal es de suma importancia para el levantamiento del vehículo, este parámetro evita que se genere fricción entre la superficie y el Hovercraft. Para calcularlo es necesario conocer la velocidad de salida del chorro de aire V_s y el área de salida A_s del mismo, tal como se muestra en la siguiente relación:

$$Q_s = V_s \times A_s \quad \text{Ecuación 6}$$

Es importante mencionar que el valor del área de salida del chorro del aire depende directamente de la altura del colchón de aire (h), por lo que a la hora de calcular este valor se debe considerar la altura necesaria en base a recomendaciones de constructores o de experiencias similares [5]. En la **Figura. 5** se muestran estos parámetros.

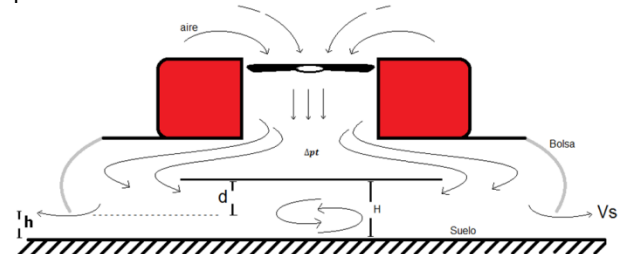


Figura. 5 Alturas presentes en el colchón de aire

La capacidad del aire que escape depende de la cantidad de energía suministrada por la hélice o ventilador, casi todos los *Hovercraft* ligeros usan cerca de un tercio de la potencia total disponible para el levantamiento, sin embargo en sistemas de inflado muy eficientes pueden usar tan poco como un décimo.

Para calcular la velocidad del aire deberá ser utilizada la ecuación de Bernoulli mostrada a continuación:

$$\frac{p - p_{atm}}{\rho} + g \times (Z_f - Z_i) + \frac{V_s^2 - V_i^2}{2} = 0 \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde p es la presión total generada por el sistema de suspensión, p_{atm} es la presión atmosférica, ρ es la densidad del fluido, Z_f es la altura geodésica final del fluido, Z_i es la altura geodésica inicial del fluido, V_s es la velocidad de salida del fluido de la cámara del vehículo y V_i es la velocidad inicial del fluido.

Debido a que los cálculos están destinados para dimensiones de baja envergadura las alturas geodésicas se desprecian, además se toma como supuesto de que

el vehículo parte del reposo, con esto es posible reordenar la ecuación de la siguiente manera:

$$V_s = \sqrt{\frac{2x(P - P_{atm})}{\rho}} \quad \text{Ecuación 8}$$

Sabiendo que $P_c = P - P_{atm}$, la formula anterior queda de la siguiente manera:

$$V_s = \sqrt{\frac{2x P_c}{\rho}} \quad \text{Ecuación 9}$$

Con esta fórmula es posible calcular la velocidad del chorro de aire expulsado por la recámara de aire.

Una vez establecida esta velocidad se hace necesario conocer el área de salida del chorro de aire por lo que es indispensable conocer la geometría tal y como se muestra a continuación

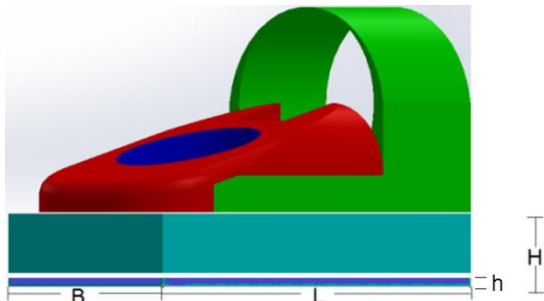


Figura. 6 Área de salida caudal de aire

En la **Figura. 6** se muestra la altura del colchón y el claro de aire, así como la geometría básica del vehículo indicando el área de salida del aire. Se puede apreciar que dicha salida es a lo largo de todo el perímetro de la cámara, por lo que se podría definir el área de salida de la siguiente manera:

$$A_s = h \times (2L + 2B) \quad \text{Ecuación 10}$$

Reemplazando la ecuación 9 y la ecuación 10 en la ecuación 6 se obtiene:

$$Q_s = \sqrt{\frac{2x P_c}{\rho}} \times h \times (2L + 2B) \quad \text{Ecuación 11}$$

De manera que con esta ecuación queda definido el caudal de aire necesario para evitar el contacto del vehículo con el suelo, conservando el colchón de aire.

Para el sistema de suspensión existen ciertos problemas de eficiencia debido básicamente al rendimiento que proveen los ventiladores o las hélices, los cuales varían entre un 80 a 87 %, para algunos aerodeslizadores esta eficiencia puede ser aún más baja gracias a pérdidas en la toma de aire, difusores, y pérdidas en la falda flexible.

Estas referencias son tomadas para vehículos de gran envergadura, por lo que para aerodeslizadores ligeros o pequeños estos porcentajes suelen ser despreciables, para el presente caso no hay mucha incidencia debido a las proporciones geométricas anteriormente establecidas.

Gracias a esto se puede hallar la presión del colchón, asumiendo que la eficiencia del mismo puede variar entre un 60 y 80 %. Así pues se procede con la siguiente ecuación:

$$\Delta p_t = \frac{P_c}{n_s} \quad \text{Ecuación 12}$$

Es importante mencionar que una vez determinada la presión manométrica de la hélice o ventilador Δp_t en función de la presión del colchón de aire p_c , se debe utilizar este valor para calcular el equilibrio estático del vehículo y en la del caudal a suministrar al colchón de aire, ya que esta presión es la que realmente sustenta al vehículo. Por eso se deberán cambiar la Ecuación 1 y la Ecuación 9 quedando de la siguiente manera:

$$\Delta p_t = \frac{F_s}{n_s \times A_i} \quad \text{Ecuación 13}$$

$$V_{salida} = \sqrt{\frac{2x \Delta p_t}{\rho}} \quad \text{Ecuación 14}$$

Por consiguiente queda definida la presión manométrica generada por la hélice o ventilador y el caudal a suministrar de la siguiente forma:

$$\Delta p_t = \frac{(F.S.) \times W_v \times g}{n_s \times n_A \times A_i} \quad \text{Ecuación 15}$$

$$Q_s = \sqrt{\frac{2x \Delta p_t}{\rho}} \times h \times (2L + 2B) \quad \text{Ecuación 16}$$

Con esto se consigue un cálculo más aproximado ya que se incluye la eficiencia del sistema. Determinado el punto de operación de la hélice ($Q_s, \Delta p_t$) se procede a calcular el consumo de potencia de la hélice o ventilador, esto debido a la selección de la unidad que proveerá dicha potencia, esta potencia P_s se calcula de la siguiente manera:

$$P_s = Q_s \times \Delta p_t \quad \text{Ecuación 16}$$

Dicha fórmula nos permite tener un cálculo aproximado para la selección del motor y que a su vez accionara la hélice o ventilador para la suspensión.

MODELAMIENTO MATEMÁTICO FUERZA DE PROPULSIÓN

El sistema de propulsión parte del hecho de que para poder generar un movimiento transversal, será necesaria la utilización de un elemento que permita dicho movimiento, en otras palabras que me empuje con determinada fuerza para vencer la resistencia del aire sumado a la carga que maneje.

Para determinar la fuerza de empuje total se hace uso del diagrama de cuerpo libre de la **Figura. 7**.

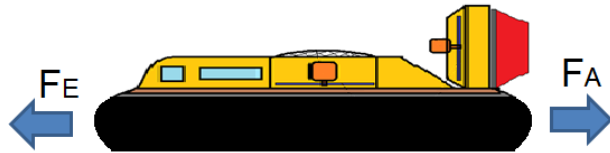


Figura. 7 Diagrama de cuerpo libre (propulsión)

Por tanto la sumatoria de fuerzas queda de la siguiente manera:

$$\sum F = F_T - F_E + F_A = 0$$

$$F_T = F_E - F_A \quad \text{Ecuación 17}$$

Donde F_T , es la fuerza total, F_E , es la fuerza de empuje, y F_A , es la fuerza de arrastre del vehículo.

Por conceptos básicos de física es posible determinar la fuerza total haciendo uso de la segunda ley de Newton, en la siguiente ecuación se muestra dicha relación:

$$F_T = m \times a \quad \text{Ecuación 18}$$

Donde F_T , es la fuerza total, m , es el peso del vehículo y a , es la aceleración deseada del vehículo. Así pues reemplazando la Ecuación 18 en la Ecuación 17 se obtiene:

$$m \times a = F_E - F_A$$

$$F_E = (m \times a) + F_A \quad \text{Ecuación 19}$$

La aceleración se determina mediante la siguiente ecuación:

$$a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} \quad \text{Ecuación 20}$$

Donde V_f, V_i es la velocidad inicial y final, el tiempo t_f, t_i es el tiempo final e inicial respectivamente, sabiendo que se parte del reposo, la velocidad V_i y el tiempo t_i se consideraran con un valor de cero, por

tanto se reordena y se reemplaza la Ecuación 20 en la Ecuación 19 quedando de la siguiente manera:

$$F_E = \left(m \times \frac{V_f}{t_f} \right) + F_A \quad \text{Ecuación 21}$$

Para encontrar la fuerza de arrastre, es necesario conocer el área transversal del vehículo. Determinar este factor es relativamente fácil si se conoce la geometría frontal del mismo, así como se muestra en la **Figura. 8**.

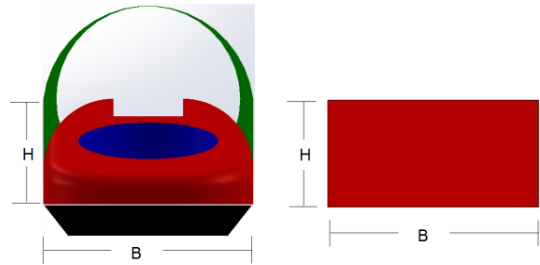


Figura. 8 Área frontal

Por lo tanto la fuerza de arrastre [6] se puede conseguir mediante la siguiente ecuación:

$$F_A = \frac{A_t \times \rho \times V_v^2 \times C_D}{2} \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde F_A es la fuerza de arrastre del vehículo, A_t es igual al área transversal del vehículo, ρ es la densidad del aire, V_v es la velocidad de desplazamiento y C_D es el coeficiente de arrastre del vehículo.

Se obtiene entonces una ecuación única que permita hallar el empuje necesario para el vehículo, por lo tanto se reemplaza la Ecuación 22 en la Ecuación 21, quedando de la siguiente manera:

$$F_E = \left(m \times \frac{V_f}{t_f} \right) + \left(\frac{A_t \times \rho \times V_v^2 \times C_D}{2} \right) \quad \text{Ecuación 23}$$

Hallado el empuje se puede determinar la potencia necesaria para el vencer la fuerza de arrastre, esta potencia se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$P_p = \frac{F_E \times V_v}{\eta_H \times \eta_T} \quad \text{Ecuación 24}$$

Donde P_p es la potencia de propulsión necesaria, η_H es la eficiencia de la hélice y η_T es la eficiencia de transmisión si llegara a existir un mecanismo para transmitir potencia del motor a la hélice.

RESULTADOS

Mediante las ecuaciones presentes en este artículo, es posible lograr la construcción de un vehículo anfíbio con un menor grado de error que el resto de documentos, en los cuales su comprensión tiende a ser un poco confusa.

Los resultados de potencia que sean obtenidos mediante estas ecuaciones son para motores de combustión y no eléctricos como muchos tienden a creer, por eso a veces no se logran los resultados deseados y que estén acordes con las ecuaciones antes descritas.

Las fuerzas que actúan en un *aerodeslizador* u *Hovercraft* están relacionadas con las mismas que actúan en un avión cuando está en crucero, por lo que la información obtenida y su análisis se asemejan al de una aeronave.

En el desarrollo de los procesos matemáticos aquí descritos son involucradas todas las fuerzas de un *Hovercraft* por lo que será aceptado decir que la información contenida en el presente documento tiene bases sólidas en una implementación.

DISCUSIÓN

Según el autor Patricio Alonso Sassarini Bustamante de la tesis denominada "*Diseño Aerodinámico De Un Aerodeslizador Ligero Con Capacidad Para Dos Pasajeros*", [5], menciona que para lograr la fuerza de empuje es necesario hacer uso de la ecuación 22 del presente artículo, es aquí en donde se encuentra el error más concreto, debido a que lo que se halla con esta ecuación no es la fuerza de empuje si no la fuerza de arrastre, por lo tanto para la fuerza de empuje se debe considerar el peso del vehículo e involucrarlo en las ecuaciones tal y como se expuso anteriormente.

Como segundo caso se hace referencia a otra tesis denominada "*Estudio, Diseño Y Construcción De Un Hovercraft Por Control Remoto De 0,63 Metros De Eslora*" [7], en donde sus autor(es) Sergi Peiró Vispe y Kevin Reina Jerez se basan en las ecuaciones de Patricio Alonso Sassarini y donde la fuerza de propulsión también es tomada con la misma ecuación del citado autor. Adicional a esto los autor(es) de esta tesis toman como válido el valor de potencia que se entrega en la suspensión en un motor eléctrico sin tener en consideración que dicho valor hallado representa la potencia de suspensión y no la de consumo del motor.

Por otro lado se tiene un documento denominado "*La Construcción De Un Modelo Hovercraft Y El Desarrollo De Una Electrónica De Control Inteligente Para Simplificar Su Manejo*" [8] de los autor(es) Sandro Kühne

Y Lorenz Koestler, en donde también diseñan y construyen un prototipo *Hovercraft* pero no exponen de forma matemática como seleccionan los motores de propulsión.

CONCLUSIONES

Es posible llevar con éxito la construcción de un *Hovercraft* mediante los cálculos establecidos en el presente documento siempre y cuando sus dimensiones se mantengan en un rango pequeño, puesto que para uno de gran envergadura se harán necesarias consideraciones adicionales en sus cálculos, pero el análisis matemático seguirá siendo el mismo.

Si el objetivo del proyecto es la fabricación de un modelo pequeño o prototipo con motores eléctricos serán necesarios cálculos adicionales para determinar la potencia que estos puedan generar con su hélice o ventilador acoplado, es importante decir que un motor eléctrico no produce potencia, produce torque, que al mover una hélice o ventilador (Llamado carga) se transforma en trabajo y este es medido en Watts. Al que podremos llamar potencia de salida, Por muchas razones, la potencia de salida será menor a la de entrada, la diferencia entre estas dos se convertirá principalmente en calor. Y el porcentaje convertido en trabajo se le llama eficiencia, y es precisamente por esta razón que la potencia obtenida en este tipo de fórmulas no corresponde a la consumida por un motor de esta clase.

Actualmente el desarrollo de este tipo de vehículos ha ido creciendo paulatinamente, pero la información disponible para su diseño y fabricación es un poco confusa y limitada, por eso el artículo aquí descrito, intenta colaborar con la comprensión de las fuerzas y variables que se involucran en su proceso. Finalmente se puede decir que lo que se pretende en el presente documento es aclarar conceptos matemáticos involucrados en el diseño de un *Hovercraft* de baja escala.

REFERENCIAS

- [1] Discover Hover. (2016) [Online]. <http://www.discoverhover.org/abouthovercraft/works.htm>
- [2] Manual de vuelo principios basicos. [Online]. <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV13.html>
- [3] EcuRed. (2016) [Online]. https://www.ecured.cu/Efecto_Venturi
- [4] wikispaces.com. (2016) [Online]. <https://lafisicaparatodos.wikispaces.com/PRINCIPIO+DE+PASCAL>
- [5] Sassarini Bustamante P A, "Diseño Aerodinámico aerodeslizador ligero con capacidad para dos pasajeros," Lima, Pontificia Universitaria Católica, Peru, Tesis doctoral sept 2009.
- [6] HyperPhysics is hosted by the Department of Physics and Astronomy. Georgia State University. [Online]. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/airfri.html>
- [7] Peiró Vispe s and Reina Jerez K, "Estudio, diseño y construccion de

- .
un Hovercraft por control Remoto de 0,63 metros de eslora,"
Universitat Politècnica de Catalunya, 2016.
- [8] Kühne Sandro and Koestler Lorenz, "Der Bau eines
Modellhovercrafts und die Entwicklung einer intelligenten
Steuerungselektronik zum Simplifizieren seiner Handhabung ,"
Alemania, 2006.