# Cálculo de la incertidumbre combinada en un goniofotómetro de espejo rotante tipo C y una esfera de Ulbricht

Fis. Carlos Velásquez Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables (INER) - Ecuador. carlos.velasquez@iner.gob.ec Ing. Francisco Espín Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables (INER) - Ecuador. francisco.espin@iner.gob.ec

Fecha Recepción: 15/10/15 - Fecha Aprobación: 20/11/15

**Resumen:** En el presente trabajo se realizó la evaluación de la incertidumbre combinada de una esfera de Ulbricht y de un goniofotómetro de espejo rotante Tipo C de acuerdo con lo establecido por la norma ISO17025:2005, que señala los componentes del cálculo de incertidumbre combinada para acreditación de un laboratorio de ensayo. Los valores fueron obtenidos a partir del planteamiento de un modelo teórico para flujo luminoso e intensidad luminosa respectivamente. En la esfera de Ulbricht, éste depende del tipo de lámpara de prueba debido a sus componentes eléctricos de funcionamiento. Se plantea un modelo para lámparas incandescentes y otro para lámparas de descarga. Se utilizó como referencia lámparas patrones de intensidad y flujo luminoso trazables al Comité Internacional de Pesos y Medidas (CIPM). Se estudiaron los factores que contribuyen a la incertidumbre como temperatura, autoabsorción de luz, luz no deseada y se las cuantificó para el cálculo numérico. Finalmente, se encontró que la incertidumbre expandida (k=2) de la esfera integradora para una lámpara incandescente fue 2.52%, para una lámpara de descarga fue 3.21% y la incertidumbre del goniofotómetro fue 2.14%.

Palabras clave: Incertidumbre combinada, goniofotómetro, esfera de Ulbricht.

**Abstract:** This work presents evaluation of combined uncertainty in an Ulbricht Sphere and a Rotating mirror Goniophotometer C-Type. It was considered the standards of norm ISO17025:2005, where it shows the components of the combined uncertainty calculus for Test Laboratory Accreditation. The values were obtained from a theoretical mathematical model for Luminous Flux and Luminous Intensity. In the Ulbricht Sphere the model depends of the test lamp, due to their electrical components properties. There are two models: one for the incandescent lamps and another for discharge lamps. It was used, as a reference lamps, one standard lamp of luminous flux and one standard lamp of luminous intensity, both traceable to the International Committee for Weights and Measures (Comité international des poids et mesures CIPM). It were included the factors that contribute to the uncertainty as temperature, self-absorption, stray light, and it were quantified for the numerical calculus. Finally, the expanded uncertainty (k=2) of Integrating Sphere for an incandescent test lamp was 2.52%, for an discharge test lamp was 3.21% and the goniophotometer uncertainty was 2.14%

**Keywords:** Combined Uncertainty, Goniophotometer, Ulbricht Sphere.

#### 1. Introducción

La eficiencia energética es un eje transversal de diversos gobiernos para mejorar el abastecimiento a la población y mantener una buena economía [1]. El objetivo del bienestar colectivo permite que se planteen estudios desde diversos vértices de investigación, uno de los cuales es la optimización de los sistemas de iluminación, empleando equipos y materiales eficientes de alumbrado

público [2]. En la búsqueda de la reducción del gasto innecesario de potencia eléctrica se han desarrollado múltiples programas de modelización, desde la empresa privada (Ulysse de Schréder o Calculux de Phillips) o programación libre (Dialux, Relux, entre otros) y nuevas tecnologías de iluminación como la luz LED [3].

La eficiencia de la sustitución de luminarias tradicionales, como aquellas con lámparas de sodio de alta presión,

#### I+T+C Investigación, Tecnología y Ciencia

por nuevas tecnologías como las luminarias de luz LED blanca, ha sido discutida en varios artículos científicos [2] [5] que evalúan el desempeño de un nuevo sistema de iluminación para el alumbrado vial desde perspectivas fisiológicas humanas, ambientales y económicas [6]. Sin embargo, el problema central para los organismos de normalización, de diferentes países, es establecer límites mínimos en los sistemas de iluminación que supervisen la transición de tecnología, mientras que el de los proveedores y fabricantes es estar seguros en cumplir estos estándares. Estos dos problemas tienen un mismo origen: medición de luz [7].

Las características fotométricas de lámparas y luminarias deben ser medidas por equipos diseñados especialmente para esto [8], como los goniofotómetros, que cuantifican la matriz de distribución de intensidad luminosa de una luminaria [9], o la esfera integradora que cuantifica el flujo luminoso total de una lámpara [10]. Muchos países de América Latina cuentan con varios laboratorios de ensayo para esta clase de mediciones, no obstante los resultados no suelen ser aceptados si el laboratorio no cuenta con la acreditación ISO17025.

Dos de los ejes transversales más importantes de la norma ISO17025 son la trazabilidad de los resultados y el cálculo de la incertidumbre combinada en los ensayos [11]. El primero es solucionable mediante la adquisición de patrones de referencia trazables a un organismo internacional, mientras que el segundo es tratado en el presente trabajo para un goniofotómetro y en una esfera integradora que pertenecen al Laboratorio de Luminotecnia del Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables de Quito-Ecuador.

## 2. Equipos y métodos

Los equipos utilizados fueron un goniofotómetro de espejo rotante Tipo-C con detector lejano (19,2 m) Sensing GMS2000, una esfera de Ulbricht de 2m de diámetro y un fotosensor Sensing PR200, ambos con fuentes reguladoras de voltaje y medidores de parámetros eléctricos, calibrados en laboratorio con acreditación ISO 17025; una lámpara incandescente de referencia de intensidad luminosa LSD1401005 y una lámpara incandescente de referencia de flujo luminoso S1330060, calibradas por el Instituto Nacional de Metrología (National Institute of Metrology, NIM) de China. Se emplearon las normas CIE 121-1996 y CIE 84-1989 para realizar los protocolos de medición.

Los pasos para la evaluación de la incertidumbre propuestos por la GUM "Guide to Uncertainty Measurements", [12] que contienen las exigencias de la norma ISO17025 se resumen a continuación.

- Expresar matemáticamente las relaciones entre la variable que deseamos medir Y y su valor y con las cantidades de entrada  $x_i$  de modo que se pueda expresar funcionalmente de la forma:

$$y=f(x_1,x_2,...,x_i,...,x_N)$$

La función f debe contener cada cantidad, incluyendo todas las correcciones de los factores que puedan contribuir significativamente en la incertidumbre del resultado.

- Determinar  $x_i$ , que es el valor de la magnitud  $X_i$ , ya sea por una serie de observaciones o por otros medios.
- Evaluar la incertidumbre estándar  $u(x_i)$  para cada valor de  $x_i$ .
- Evaluar las covarianzas asociadas con cada valor estimado que esté correlacionado con otro.
- Calcular el resultado de la medición, es decir, encontrar y de Y de la relación funcional f usando los estimados  $x_i$ .
- Determinar la incertidumbre estándar combinada  $u_c$  (y) de la medición, partiendo de las incertidumbres estándar y covarianzas de los valores estimados  $x_i$ .
- La propuesta de una incertidumbre U expandida es entregar un intervalo (y-U,y+U) que se puede esperar para una distribución de valores aceptables de Y. Si es necesario dar una incertidumbre expandida U, multiplicar la incertidumbre estándar combinada  $u_C$  (y) por un factor de cobertura k.
- Reportar el resultado de la medición Y y junto a ella su incertidumbre combinada  $u_c$  (y) o la expandida U.

#### 3. Desarrollo experimental y Resultados

#### 3.1 Esfera de Ulbricht

Se parte de la relación constante entre el flujo luminoso y el voltaje del fotosensor asociado al mismo; éste se reproduce para todas las lámparas (hay que investigar el rango de linealidad en el fotómetro, el cual puede ser medido o dado por fábrica y se conoce como factor de calibración de la esfera.

Para una lámpara incandescente de referencia con flujo  $\phi_R$  asociado a un voltaje  $v_R$ , y una lámpara de prueba incandescente con flujo  $\phi$  y voltaje v se tiene que:

$$\frac{\phi_R}{v_R} = \frac{\phi}{v}$$

La esfera integradora se caracteriza por ser una superficie Lambertiana altamente reflectante. Sin embargo, una porción de la luz reflejada es absorbida por las imperfecciones de la esfera, el brazo sostén y por la lámpara en sí misma, esto reduce la respuesta de la esfera (auto-absorción). Este parámetro puede ser medido utilizando una lámpara estable auxiliar. Por tanto, la ecuación se modifica de la siguiente manera:

$$\frac{\phi_R}{v_R}\phi_{AR} = \frac{\phi}{v}\phi_A$$

En el caso ideal ambos flujos son iguales, es decir que se ha multiplicado un 1 a la ecuación.

Ahora, si se despeja el flujo de la lámpara de prueba a ser medida se tiene que:

$$\phi = \phi_R \frac{v}{v_R} \frac{\phi_{AR}}{\phi_A}$$

El flujo nominal de las lámparas está dado a un voltaje y corriente nominal, ya que éstas son condiciones ideales, es necesario incluir un factor de corrección debido a las condiciones eléctricas de funcionamiento reales con las que se realiza el ensayo.

Teóricamente una lámpara incandescente funciona cumpliendo la ley de Ohm [7], esto quiere decir que:

$$R = \frac{V}{I}$$

Por tanto las correcciones para una lámpara incandescente serán:

$$\phi = \phi_R \frac{v}{v_R} \frac{\phi_{AR}}{\phi_A} \left(\frac{Vc}{JR}\right)^{-m_J} \left(\frac{V_Rc}{J_RR}\right)^{m_{JR}}$$

Donde *c* es el coeficiente de calibración del amperímetro empleado (para el caso ideal es igual a 1), *R* la resistencia de derivación empleada por el equipo de medición calibrado, *J* la corriente de funcionamiento de la lámpara y *V* su voltaje, tanto para la lámpara de referencia como para la de prueba. El coeficiente *m<sub>J</sub>* es aquel que mide la variación relativa del flujo con respecto a la variación relativa de la corriente y se considera un valor teórico de 7 [13]. Su naturaleza exponencial es deducida en CIE 84-1989 [10] y en el Protocolo Técnico "Luminous Intensity COOMET.PR-K3a" [13].

Finalmente, hay que añadir las correcciones ambientales y experimentales para la medición de flujo. Si el sistema es ideal, la corrección debe tener un valor igual a uno. El desplazamiento espacial  $\Delta sf$ , el efecto de depreciación de flujo por envejecimiento de la lámpara es expresado por un coeficiente de envejecimiento  $\gamma$ , el tiempo de quemado  $\Delta t$  que ha tenido la lámpara y la luz no deseada (que debido a la necesidad de medir toda la luz es igual a cero) S reducen este valor ideal.

La variación del flujo con respecto a la temperatura es una contribución positiva, debido a que por excitaciones térmicas puede producirse mayor emisión de luz. Para considerarlo hay que medir el coeficiente de temperatura ambiente  $\alpha$  y la variación de temperatura  $\Delta T$ . Finalmente la corrección será igual a:

 $corS = 1 + \alpha \Delta T - \Delta s f - \gamma \Delta t - S$ 

$$\phi = \phi_R \frac{v}{v_R} \frac{\phi_{AR}}{\phi_A} \left(\frac{Vc}{JR}\right)^{-m_J} \left(\frac{V_R c}{J_R R}\right)^{m_{JR}} \frac{corS_R}{corS}$$

Así, se obtiene la ecuación:

Para una lámpara de prueba no incandescente, (Lámpara LED, fluorescente compacta, descarga de alta presión, entre otras) el comportamiento eléctrico no es el mismo, ya que en este caso no se trata de cargas resistivas puras. Las lámparas de descarga necesitan equipos auxiliares para su arranque y funcionamiento, estos por lo general son reactancias inductivas cuya impedancia cuenta con su componente imaginaria, por lo tanto es necesario considerarla. Debido a la presencia

#### I+T+C Investigación, Tecnología y Ciencia

de reactancias inductivas, el voltaje de alimentación tendrá una diferencia significativa con el voltaje de la lámpara. En este caso la carga (lámpara) no puede ser caracterizada por la corriente y resistencia de derivación, sino solamente por el voltaje nominal y voltaje efectivo medido en casquillo.

La ecuación variará de la siguiente manera:

$$\Phi = \Phi_R \frac{v}{v_R} \frac{\phi_{AR}}{\phi_A} \left( \frac{V \cdot c_V}{V_0} \right)^{m_V} \left( \frac{U_R \cdot c_R}{R \cdot J_R} \right)^{m_{JR}} \cdot \frac{corS_R}{corS}$$

Donde V<sub>0</sub> es el valor de voltaje nominal, c<sub>v</sub> es el factor de calibración del voltímetro y m<sub>v</sub> es el coeficiente que mide la variación relativa del flujo con respecto a la variación relativa del voltaje. Su naturaleza exponencial es deducida en CIE 84-1989 [10] y en el Protocolo Técnico "Luminous Intensity COOMET.PR-K3a" [13].

### 3.2 Goniofotómetro de espejo rotante Tipo-C

El modelo teórico deducido para el equipo que entrega la medición de intensidades (goniofotómetro) es muy parecido al de la esfera integradora y se describe a continuación.

El factor de la calibración del goniómetro se define como el cociente de la intensidad luminosa y la señal de voltaje del fotosensor. Se parte de la igualdad que muestra la independencia del tipo de lámpara en el ensayo.

$$\frac{I_R}{v_R} = \frac{I}{v}$$

Las magnitudes representadas por las letras con subíndice *R* pertenecen a la lámpara de referencia (patrón). Hay que tener en cuenta un factor de corrección debido a las condiciones eléctricas del sistema, el cociente del voltaje de derivación y la corriente de derivación debería ser la resistencia de derivación. Si este resultado se divide para el valor medido de la resistencia de derivación debería ser cercano a 1. Se debe incluir el factor de calibración del amperímetro empleado. Igual que en el caso de la esfera integradora, esta relación debe estar elevada al cambio porcentual de la intensidad con la fluctuación de corriente.

$$\frac{I_R}{v_R} \left( \frac{V_R}{J_R} \frac{c}{R} \right)^{m_{JR}} = \frac{I}{v} \left( \frac{V}{J} \frac{c}{R} \right)^{m_{J}}$$

También debe multiplicarse por factores que caractericen el desajuste espectral del fotosensor F, la continuidad de la distribución espacial D (dado que el goniofotómetro toma como medida vectores, estos valores siempre son discretos), el factor de linealidad de la intensidad luminosa  $N(\theta)$  en el Nadir de la luminaria (teóricamente este valor es constante; pero, debido a la rotación del equipo existen desviaciones, por tanto éste se define como el cociente entre la intensidad en el Nadir en el ángulo axial 0 y el promedio de todas las medidas del Nadir). Adicional se debe tener un factor que agrupe las correcciones de los errores incontrolables de los materiales y del ambiente.

$$\frac{I_R}{v_R} \left( \frac{V_R}{I_R} \frac{c}{R} \right)^{m_{fR}} F_R D_R N_R(\theta) cor S_R = \frac{I}{v} \left( \frac{V}{I} \frac{c}{R} \right)^{m_f} FDN(\theta) cor S$$

La corrección debe ser idealmente (sin ninguna contribución de los errores ambientales y del esquema) igual a 1. Hay que tomar en cuenta la influencia de la temperatura igual que en el modelo de la esfera, la alineación de la luminaria en el equipo que se define como el cociente de la diferencia entre el centro fotométrico del goniofotómetro y el centro fotométrico de la luminaria con la distancia entre el centro del espejo y el centro fotométrico del goniofotómetro, esto si fuera un casquete de esfera; sin embargo, al ser una esfera completa se debe multiplicar por dos  $(2\frac{\Delta a}{d})$ , también los errores de posicionamiento en cada ángulo tanto en el eje axial  $h(\theta)$  como en el azimutal  $k(\varphi)$ , la luz no deseada S en el fotómetro (por reflexiones existentes en el cuarto oscuro) y la estabilidad de la lámpara que se modela igual que en la esfera integradora.

La relación funcional entre el mensurando y las magnitudes de entrada vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$I = I_R \frac{v}{v_R} \left( \frac{V_R c}{J_R R} \right)^{m_{JR}} \left( \frac{V c}{J R} \right)^{-m_J} \frac{F_R}{F} \frac{D_R}{D} \frac{N_R(\theta)}{N(\theta)} \frac{corS_R}{corS}$$

Donde:

$$corS = 1 + \alpha \Delta T_{\alpha} + 2 \frac{\Delta d}{d} + h(\theta) + k(\varphi) - S - \gamma \Delta t$$

$$corS_R = 1 + \alpha_R \Delta T_{eR} + 2 \frac{\Delta d_R}{d_R} + h_R(\theta) + k_R(\phi) - S_R - \gamma_R \Delta t_R$$

Para la medición de la incertidumbre combinada se realizó el procedimiento matemático con datos no correlacionados, es decir, se expresó como una combinación de las incertidumbres individuales de cada variable, una suma de la incertidumbre individual multiplicada por un coeficiente de sensibilidad "c".

$$u_c^2(x) = \sum_{i=1}^n (c_i u(x_i))^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2(y)$$

El método más extendido para el cálculo de la incertidumbre es conocido como "propagación de errores".

$$u_c^2(x) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)$$

De donde se concluye que:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

También se puede usar el método empírico para calcular el valor de c. Este consiste en fijar todas las variables menos una y calcular de esta forma cada c.

Después de realizar las mediciones y cálculos respectivos se obtuvo los siguientes resultados:

Tabla 1. Resultados del modelo para ensayo en el goniofotómetro con la lámpara incandescente de referencia de intensidad luminosa y una luminaria de alumbrado público con lámpara de sodio de alta presión.

Modelo	Incertidumbre combinada (k=2) lámpara de referencia con el modelo planteado	Incertidumbre combinada (k=2) lámpara de prueba con el modelo plan- teado
Modelo de Gonio- fotómetro para en- sayo de Luminaria con Lámpara Sodio Alta Presión	1.37%	2.14%
Modelo de Esfera para ensayo de Lámpara Incandes- cente	2.10%	2.52%
Modelo de Esfera para ensayo de Lámpara de des- carga (Fluorescente Compacta)	2.11%	3.21%

Tabla 2. Valores de la incertidumbre combinada reportada en los certificados de calibración.

	Lámpara de referencia incandescente de intensidad Iuminosa	Lámpara de referencia incan- descente de flujo luminoso
Incertidumbre combinada (k=2) lámpara de refe- rencia indicada en el certificado de calibración	1%	2%

La misma lámpara incandescente de referencia de flujo luminoso se utilizó para los ensayos con lámpara de prueba incandescente y con lámpara de prueba de descarga (fluorescente compacta).

#### 4. Discusión

Los resultados numéricos de las incertidumbres combinadas, calculados con el modelo teórico de las lámparas de referencia, son comparables con la incertidumbre que se tiene en el certificado de calibración del NIM.

Los valores de las incertidumbres combinadas calculadas por el método planteado son muy similares a las que se tiene en los certificados de calibración de un laboratorio acreditado con ISO 17025. La diferencia de los porcentajes se puede explicar por la inclusión de varios factores de corrección y calibración.

En la esfera los resultados de las incertidumbres combinadas de la lámpara de referencia incandescente de flujo luminoso, para los modelos de lámparas de prueba incandescente y descarga, varían en un 0.1% y en 0.11% respectivamente; debido a la clase de equipos de medición que se maneja, ciertas imperfecciones en la superficie Lambertiana y errores de alineación. En el goniofotómetro la diferencia es más elevada (0.37%) debido principalmente a la luz no deseada.

El goniofotómetro es un equipo que necesita diagramas de colimación y un cuarto totalmente negro para minimizar las reflexiones que serán detectados en las mediciones, sin embargo, la pintura negra del goniofotómetro refleja luz debido a su calidad y desgaste.

#### I+T+C Investigación, Tecnología y Ciencia

El valor de 2.14% de incertidumbre en una luminaria de alumbrado público con una lámpara de sodio de alta presión es aceptable, ya que por su naturaleza física la lámpara de descarga tiene una composición de gases que hace difícil la emisión uniforme de luz, el criterio de aceptación o rechazo del ensayo con esta incertidumbre fue positivo, es decir, el resultado principal del Nadir está dentro de la banda del valor teórico más/menos su incertidumbre expandida.

su tiempo de estabilización de acuerdo como sugiere la norma todavía presenta emisiones aleatorias, esto se ve reflejado en el incremento de 1.1% en la incertidumbre combinada con respecto a la lámpara incandescente de referencia de flujo luminoso.

# Comparación de las incertidumbres combinadas

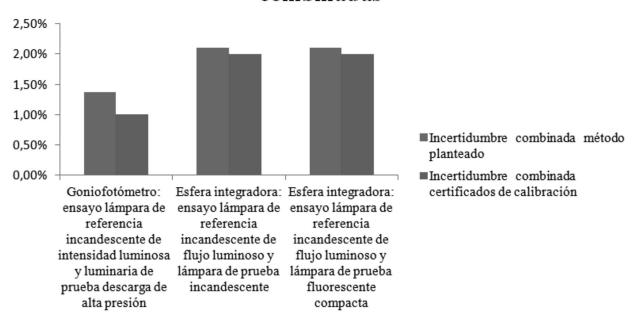


Figura 1. Comparación de los valores de incertidumbre combinadas en la esfera integradora y en el goniofotómetro tipo C de espejo rotante.

El valor de 2.52% para una lámpara incandescente de prueba sirve como indicador del equipo, ya que la lámpara de referencia también era una incandescente. Al ser un patrón la composición química del tungsteno es cuidadosamente revisada, mientras que la de prueba es una lámpara incandescente sin ningún criterio de selección. Esto quiere decir que un aumento del 0.52% de la incertidumbre es aceptable para una lámpara de prueba incandescente de producción industrial.

Una incertidumbre del 3.21% en una lámpara fluorescente compacta es un valor entendible, por su naturaleza física la lámparas de descarga son más inestables que una incandescente, después de esperar

#### 5. Conclusiones

La aplicación del modelo teórico planteado para cálculo de la incertidumbre combinada en un ensayo que cumple con las exigencias de la norma ISO17025 y considera otras normas y estudios que desarrollan factores incluidos en el modelo. Los factores de calibración y correcciones se pueden eliminar del modelo dependiendo del tipo de control que el laboratorio de ensayo tenga. En general, varios de estos factores pueden ser considerados cero, como el error de movimiento de ángulos en el goniofotómetro y la luz no deseada; sin embargo se recomienda que el laboratorio desarrolle un método experimental para cuantificarlo.

La evaluación de la incertidumbre de la esfera de Ulbricht y del goniofotómetro de espejo rotante tipo-C,

#### Cálculo de la incertidumbre combinada en un goniofotómetro de espejo rotante tipo C y una esfera de Ulbricht

tuvo resultados exitosos, es decir, las incertidumbres combinadas son comparables a los resultados obtenidos por el Instituto Nacional de Metrología en China para las lámparas de referencia utilizadas, tanto para flujo luminoso total como para intensidad luminosa.

Los resultados para las lámparas de prueba pueden ser interpretados y explicados partiendo de la naturaleza física y química de la composición de las lámparas. Adicionalmente, estos valores proporcionan un criterio de aceptación y rechazo para el ensayo que es otro requisito de la norma ISO17025. Si el valor medido de flujo luminoso se encuentra en el interior de la banda del valor calculado con el modelo más/menos su incertidumbre expandida, diremos que el ensayo es válido; si esto no ocurre el ensayo debe ser rechazado y repetido.

Este método ha servido al Laboratorio de Luminotecnia del Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables en Ecuador, el Servicio de Acreditación local ha dado su visto bueno y, actualmente, el Laboratorio se encuentra terminando el proceso de acreditación bajo norma ISO17025, lo cual es positivo para la región, dado que resulta más económico ensayar las luminarias en América Latina que enviarlas a Europa para recibir ensayos certificados de Flujo Luminoso y Matriz de Distribución de Intensidad.

#### 6. Agradecimientos

Un agradecimiento especial al personal del Laboratorio de Luminotecnia del Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables, quienes apoyaron con opiniones y colaboraciones en algunas medidas.

# **Bibliografía**

- [1] N. Martin, N. Anglani, D. Einstein, M. Khrushch, E. Worrell, y L. Price. "Opportunities to improve energy efficiency and reduce greenhouse gas emissions in the U.S". California: Lawrence Berkeley National Laboratory, 2010.
- [2] W. Bommel. "Road Lighting. Fundamentals, Technology and Application". Springer, 2015.
- [3] P. Boyce. "Lighting for driving". New York: Taylor & Francis, 2009.

- [4] J. Hecht. "Exploring a New Twilight Zone". Optics & Photonics, 35-41, 2015.
- [5] J. Protzman y Houser, K. "LEDs for general illumination: the state of the science". Leukos, 121-142, 2006.
- [6] V. Warman. "Phase advancing human circadian rhythms with short wavelenght light". Neuroscience Letters, 37-40. 2003.
- [7] D. DiLaura, K. Houser, R. Mistrick y G. Steffy. "The Lighting Handbook. Reference and Aplication". New York: Illuminating Engineering Society, 2011.
- [8] J. Vázquez. "Luminotecnia". Barcelona: Ediciones CEAC, S.A, 1974.
- [9] International Commission on Illumination. "The measurement of luminous flux". France: International Commission on Illumination. 1989.
- [10] International Commission on Illumination. "The Photometry and Goniophotometry of Luminaires". CIE. 1996.
- [11] International Organization for Standarization. "General requirements for the competence of testing and calibration laboratories". Switzerland: International Organization for Standarization , 2005.
- [12] M. Hernández. "Estimación de incertidumbres Guía GUM". Revista Española de Metrología, 113-130, 2012.
- [13] The Euro-Asian Cooperation of National Metrological Institutions. "CCPR Key Comparison K3a of Luminous Intensity with". The Euro-Asian Cooperation of National Metrological Institutions, 1990.