

Control por funciones de Lyapunov para Robot Scorbot ER 5plus

Mag. Víctor Mosquera
Universidad del Cauca - Colombia
mosquera@unicauca.edu.co

Ing. Fausto Escobar
Corporación Autónoma del Cauca - Colombia
faustoescobar@gmail.com

Ing. Didier Vera
Corporación Universitaria Comfacauca - Colombia
dvera@unicomfacauca.edu.co

Fecha Recepción: 11/10/15 - Fecha Aprobación: 13/11/15

Resumen: El presente artículo tiene como finalidad la generación de una herramienta para el análisis de controladores de robots manipuladores, como son los diseños de controladores lineales PID y CTC, comparados con el controlador no-lineal adaptivo de trayectoria. Para tal fin se utiliza el análisis en el robot Scorbot-ER 5plus, al cual se le realizó la identificación y modelamiento de sus modelos geométricos, dinámicos y cinemáticos. Como también se realizan comparaciones de resultados de los controladores con el desarrollo de trayectorias en el espacio operacional y articular, con la inmersión de señales de error propias de los sistemas.

Palabras clave: Control no lineal, control adaptivo de trayectoria.

Abstract: This paper present has as objective the generation of a tool for the analysis of robot manipulator controllers, such as PID and CTC Lineal Controllers, compared to the non-lineal, more precisely, the Trajectory Adaptive Controller, to achieve it, the Robot Scorbot- ER 5plus has been used since it has a great popularity in the academic and industrial fields. An identification and modeling of its Geometrical models, as well as dynamical and kinematical has been made. Also, a comparison of the results of the controllers regarding the development of trajectories in the operational and articular space, including the errors in the signal that often occur in these kind of systems due to mistakes in modeling and external disturbance.

Keywords: Non-Linear Control, trajectory adaptive controllers.

1. Introducción

El avance de la ciencia y la tecnología se ha presentado de forma vertiginosa en las tres últimas décadas con la invención e inmersión en la industria de los computadores y la robótica, campos que buscan acelerar y optimizar los procesos de producción del sector y así minimizar los tiempos y costos que presentan los productos en la cadena productiva.

El control de robots manipuladores busca mejorar la eficiencia, teniendo en cuenta que presentan modelos matemáticos no lineales y altamente acoplados, lo cual hace más difícil su control [1].

Para enfrentar la mencionada problemática se cuenta con la escuela rusa de Andronov y Krylov-Bogoliubov

de los años treinta y cuarenta [1], en donde a Andronov se le atribuyen las bases de una teoría de oscilaciones no lineales mediante la confluencia de la teoría de estabilidad de Lyapunov. Dicha teoría busca encontrar modelos y análisis que brinden un mayor grado de estabilidad haciendo que el sistema sea constante. Esta teoría juega un rol central en la teoría de control de sistema. Existen distintos tipos de problemas de estabilidad en los sistemas dinámicos. En el presente trabajo será tratada la estabilidad de puntos de equilibrio de un brazo robotizado de cinco grados de libertad (ver Figura 1).

Los teoremas de estabilidad directo de Lyapunov brinda una gran potencialidad desde el punto de vista de la no-linealización de las consignas inmersas en el robot manipulador, además el teorema de control

adaptivo de trayectoria de Lyapunov puede mostrar de manera adecuada en qué región de estabilidad se encuentra el sistema, logrando encontrar una forma pertinente para llevar el mismo a una región deseada de operación.



Figura 1. Vista general del Robot Scorbot-ER 5plus

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la sesión 2 se plantea el modelo dinámico del robot Scorbot-ER 5plus (Figura 1); en la sesión 3 el control no lineal de robots según el método de estabilidad de Lyapunov, y en la sesión 4 los resultados de simulación y, finalmente, en la sesión 5 las conclusiones.

2. Modelo dinámico del robot

El modelo dinámico (MD) puede ser descrito como la relación que existe entre las fuerzas aplicadas por cada uno de los actuadores (Γ) y las posiciones, velocidades y aceleraciones articulares del robot manipulador. Para este caso de estudio nos centraremos en el robot manipulador Scorbot-ER 5plus, el cual es un robot serial que presenta once parámetros dinámicos por cada una de las articulaciones o eslabones que lo conforman, distribuidos de la siguiente forma: seis términos del tensor de inercia $XX_j, XY_j, XZ_j, YY_j, YZ_j, ZZ_j$ tres términos del primer momento MX_j, MY_j, MZ_j , un término para la masa MX_j y un término para la inercia del motor M_{oj} . Para el cálculo de los cincuenta y cinco parámetros dinámicos se realiza el método experimental paramétrico [2] y [3], en donde se hace una agrupación de estos parámetros según consideraciones mecánicas [4] y [5], obteniendo como resultados los parámetros de base simplificado (Tabla 1).

Tabla 1. Parámetros inerciales de base del robot Scorbot-ER 5plus.

j	XX_j	XY_j	XZ_j	YY_j	YZ_j	ZZ_j	MX_j	MY_j	MZ_j	M_j	I_{aj}
1	0	0	0	0	0	ZZR_1	0	MY_1	0	0	0
2	XXR_2	0	0	0	0	ZZR_2	MX_2	0	0	0	0
3	XXR_3	0	0	0	0	ZZR_3	MX_3	MY_3	0	0	I_3
4	XXR_4	0	0	0	0	ZZR_4	MX_4	MY_4	0	0	I_4
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La ecuación general del sistema MDI en donde están involucradas todas las diferentes dinámicas del sistema se puede ver descrita en la siguiente ecuación [2]:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

En donde $H(q)$ representa a la matriz de inercia, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ representa el vector de fuerzas centrípetas y centrífugas, por último el vector de gravedad $g(q)$ inmerso en el sistema.

3. Control no lineal de robots según el método de estabilidad de Lyapunov.

Para el desarrollo del controlador se realizará por el método directo, el cual hace una generalización de los conceptos de energía asociada a un sistema mecánico: el movimiento de un sistema mecánico es estable si su energía mecánica total disminuye todo el tiempo, entonces el sistema se establecerá en un punto de equilibrio [6].

Como se ha mencionado con anterioridad en este artículo, el criterio de estabilidad de Lyapunov da suficiente soporte para el diseño de controladores en donde la dinámica propia del sistema es no-lineal [7] [9]; para la realización del controlador según el método directo de Lyapunov se debe primero hacer uso de algunas consideraciones tomadas en el diseño de controladores robustos.

3.1. Diseño de Control Robusto

Las consideraciones de este tipo de controladores, que serán empleadas en diseño de control adaptivo por trayectoria, son la definición de un vector de error de velocidad ante una sola entrada (S), el cual está definido por la ecuación 2 y la ecuación \dot{V} o derivada de la función de Lyapunov.

$$s = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (2)$$

En donde Λ es una matriz simétrica y definida positiva [6], para control robusto se define la función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} [s^T Hs] \quad (3)$$

Ahora se sustituye s de la ecuación 2, obteniendo:

$$\dot{V} = s^T (H\ddot{q} - H\dot{q}_r) + \frac{1}{2} s^T \dot{H}s \quad (4)$$

Posteriormente, se debe despejar en el modelo dinámico (ecuación 1) el término $H\ddot{q}$ el cual viene dado por:

$$H\ddot{q} = \tau - C\dot{q} - g \quad (5)$$

Como también despejar el valor de \dot{q} ecuación 2

$$\dot{q} = s + \dot{q}_r \quad (6)$$

Remplazando \dot{q} de la ecuación 6 en la ecuación 11 se obtiene $H\ddot{q}$

$$H\ddot{q} = \tau - C(s + \dot{q}_r) - g \quad (7)$$

Sustituyendo $H\ddot{q}$ de la ecuación 7 en 6 se obtiene la aceleración del sistema, que es igual a:

$$\dot{V} = s^T (\tau - Cs - C\dot{q}_r - g - H\dot{q}_r) + \frac{1}{2} s^T \dot{H}s \quad (8)$$

Ahora eliminando los términos relacionado a los efectos de colioris que no se tienen en cuenta, la ecuación se reescribe de la siguiente manera:

$$\dot{V} = s^T (\tau - C\dot{q}_r - g - H\dot{q}_r) + \frac{1}{2} s^T \dot{H}s$$

A continuación, con la utilización de la antisimetría de $(\dot{H} - 2C)$ se elimina el término $\frac{1}{2} s^T \dot{H}s = 0$ [6], por lo tanto, la ecuación de \dot{V} que será utilizada en la construcción del controlador adaptivo por trayectoria viene dada por:

$$\dot{V} = s^T (\tau - C\dot{q}_r - g - H\dot{q}_r) \quad (9)$$

3.2. Diseño de Control Adaptivo por Trayectoria

El diseño de control adaptativo por trayectoria basa su diseño en la utilización de un controlador PD, el cual se apoya en la obtención de algunas ecuaciones del

control robusto que fueron descritas con anterioridad. Para la obtención del algoritmo básico se debe primero considerar los errores de estimación de parámetros [6] [9], los cuales vienen dados por la ecuación:

$$\tilde{a} = \hat{a} - a \quad (10)$$

La función candidata de Lyapunov para el controlador está descrita por:

$$V = \frac{1}{2} [s^T As + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a}] \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que Γ es una matriz simétrica y definida positiva, como también derivando: $\dot{V}(t) = \dot{V}(t) + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}}$, y sustituyendo la ecuación 9 en la ecuación 11, se obtiene:

$$\dot{V}(t) = s^T (\tau - C\dot{q}_r - g - H\dot{q}_r) + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} \quad (12)$$

Ahora bien, se propone para solución del problema una igualación entre la ecuación de dinámicas del sistema con la siguiente proposición que es la dinámica del sistema [6], con la inclusión del vector a que describe los errores de estimación de parámetros que viene dada por $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}_r) a$. La igualdad genera la siguiente ecuación:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}_r) a \quad (13)$$

Igualando la parte izquierda de la ecuación 13, por el torque τ y remplazando a , por su valor estimado se tiene:

$$\tau = Y(\hat{a} - \tilde{a}) \Rightarrow \tau = Y\hat{a} - Y\tilde{a} \quad (14)$$

En donde $Y\tilde{a}$ es igual a $k_D s$, por lo tanto rescribiendo la ecuación 14.

$$\tau = Y\hat{a} - k_D s \quad (15)$$

Ahora remplazando la ecuacion 15 en la ecuacion 12, y eliminando términos semejantes se obtiene:

$$\dot{V}(t) = s^T (Y\hat{a} - k_D s - Y a) + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}}$$

Reorganizando la ecuacion resultante es:

$$\dot{V}(t) = s^T Y\tilde{a} - s^T k_D s + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}}$$

El parámetro $\dot{\hat{a}} = -\Gamma Y^T s$ se obtiene al hacer la actualización de los parámetros de estimación con

relación a las integrales de correlación.

$$\dot{V}(t) = s^T Y \tilde{a} - s^T k_D s - (\Gamma^T Y s^T \Gamma^{-1} \tilde{a})$$

Con $\Gamma^T \Gamma^{-1} = I$

Para poder simplificar la ecuación la matriz Γ debe ser simétrica (es cuando una matriz es igual a su transpuesta, es decir $\Gamma = \Gamma^T$) y definida positiva en donde todos sus autovalores o menores principales son positivos.

$$\dot{V}(t) = s^T Y \tilde{a} - s^T k_D s - s^T Y \tilde{a}$$

Y ahora cancelando los términos semejantes: $\dot{V}(t) = -s^T k_D s$ se debe garantizar que la matriz $\dot{V}(t)$ debe ser definida negativa, para que el sistema posea estabilidad global en el sentido de Lyapunov, la función viene dada por:

$$\dot{V}(t) = -s^T k_D s \leq 0 \quad (16)$$

Cabe resaltar que Y es igual a $\Gamma = Y = W\chi$ [2], en donde:

$$\chi = \begin{bmatrix} xX_j & xY_j & xZ_j & yY_j & yZ_j & zZ_j & MX_j & MY_j & MZ_j & M_j & I_{q_j} \end{bmatrix}$$

Y donde Y es igual a la matriz.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} & Y_{110} & Y_{111} & Y_{112} & Y_{113} & Y_{114} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} & Y_{210} & Y_{211} & Y_{212} & Y_{213} & Y_{214} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} & Y_{37} & Y_{38} & Y_{39} & Y_{310} & Y_{311} & Y_{312} & Y_{313} & Y_{314} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} & Y_{47} & Y_{48} & Y_{49} & Y_{410} & Y_{411} & Y_{412} & Y_{413} & Y_{414} \end{bmatrix}$$

Y con los siguientes valores de constantes K (k_D) y Delta (Δ), las cuales son calculadas por el método de ensayo y error [2], se debe primeramente aumentar los valores de delta (Δ) hasta obtener estabilidad aunque aparezcan oscilaciones. Seguidamente se empieza a incrementar levemente los valores de K (k_D) con el fin de disminuir las oscilaciones. Estos valores no pueden ser muy altos porque el sistema se hará extremadamente lento (tabla 2).

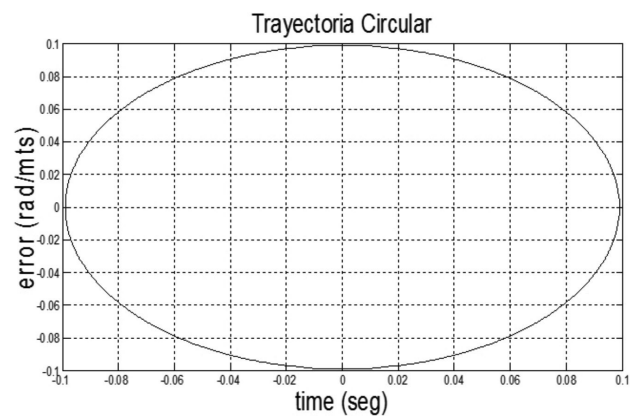
Ahora, para el cálculo de los valores de constante de PID y CTC (tabla 2) [2].

Para la simulación del sistema, se hará por medio de la ecuación 15, en donde se calculan los valores de torque τ .

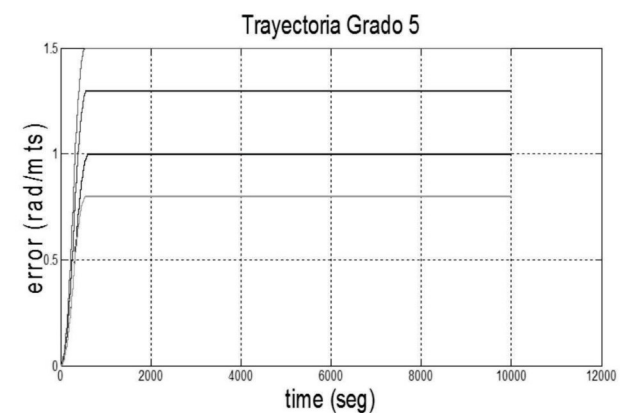
Tabla 2. Ganancias K y Delta de los controladores

		Art 1	Art 2	Art 3	Art 4
Lyapunov	K	50	50	15	15
	Δ	120	100	100	100
PID	k_p	300	300	300	300
	k_d	10	10	10	10
	k_v	10	10	10	10
CTC	k_p	300000	300000	300000	300000
	K_v	550	550	550	550

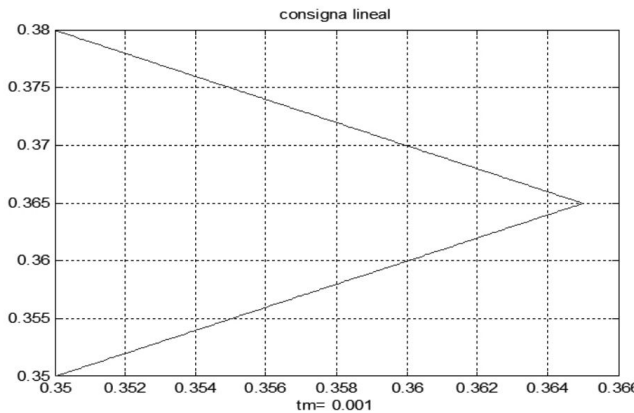
Para observar y comparar la eficiencia del controlador se realizó la comparación del sistema de control adaptivo de trayectoria, utilizando Lyapunov con controladores PID y CTC en el espacio cartesiano y articular, con las trayectorias de seguimiento circular, lineal para seguimientos cartesianos y trayectoria de grado cinco para los seguimientos articulares [3][4], cada una de estas trayectorias se puede observar en la Figura 2.



a)



b)



c)

Figura 2. a) Consigna Circular. b) Consigna Grado. 5 c) Lineal.

4. Controladores de Robot

Para una mayor claridad en la implementación del controlador del robot, en el presente ítem se da una pequeña introducción a los controladores utilizados para la comparación con el llevado a cabo anteriormente, como también se desarrolla cada una de las ecuaciones de las estrategias de control PID y CTC en espacio cartesiano y articular, según sea el caso de la trayectoria ejecutada.

4.1. Controlador PID

Es una técnica de control muy difundida en la implementación de controladores en lazo cerrado llegando alcanzar un 95% de implementación en la industria moderna [4], [10] y [12] por su facilidad de implementación gracias a su robustez y bajo costo computacional, donde se hace un modo proporcional, uno derivativo y otro integrativo, partiendo de la siguiente ecuación de control:

$$K_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\tau_d s + 1} \right) \quad (17)$$

4.2. Control CTC

También conocida como par calculado CTC (Control Torque Computed) o simplemente control dinámico [4], es una técnica muy utilizada en sistemas robotizados en donde se exigen grandes velocidades de respuesta con una gran precisión de ejecución de las tareas encomendadas al mismo. Por tal motivo, es necesario conocer valores numéricos de los parámetros inerciales

de frotamiento. Dando como resultado la ecuación del sistema.

$$\Gamma = \hat{A} J^{-1} (w(t) - \hat{J} \dot{q}) + \hat{H} \quad (18)$$

En donde,

$$w(t) = \ddot{X}^d + K_v (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_p (X^d - X)$$

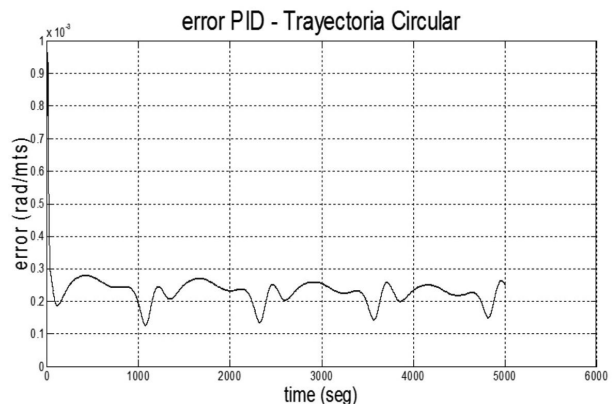
Y J hace referencia a la matriz Jacobiana.

5. Resultados de simulación

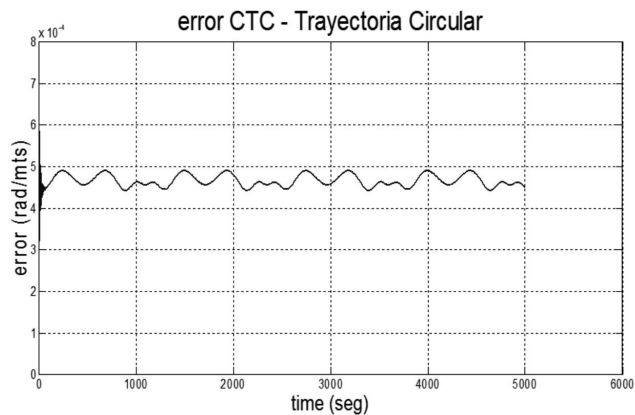
En este aparte se presentarán los resultados de simulación de las estrategias de control PID, CTC y Control Adaptivo de Trayectoria por Lyapunov (CATL), cabe resaltar que la sintonización de los controladores se basó en el error de seguimiento de trayectorias (Circular, Lineal, consigna de Grado Cinco) [4], las cuales se ejecutan en 10 segundos y sin tener en cuenta valores de incertidumbre por errores de modelamiento matemático de los parámetros inerciales de base [11], lo cual será tenido en cuenta más adelante y se verá reflejado en los valores obtenidos en la Tabla 3 del ítem D de este mismo numeral.

5.1. Error de Seguimiento trayectoria Circular

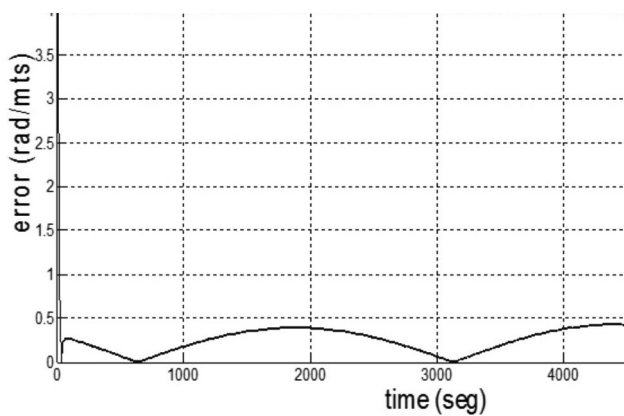
Como se observa en la Figura 3, se presenta el error de seguimiento de la trayectoria circular ante los controladores implementados, como se puede observar los tres controladores realizan la trayectoria, además se muestra que el controlador por Lyapunov tiene un mejor desempeño en estado transitorio, presentando un error de $5.1 \cdot 10^{-5}$ metros frente a $9.63 \cdot 10^{-4}$ metros del controlador PID y de $7.1 \cdot 10^{-4}$ metros del controlador CTC. Como también en estado estacionario en donde Lyapunov presenta $3.85 \cdot 10^{-6}$ metros frente al PID con $2.794 \cdot 10^{-4}$ metros y al CTC $4.9 \cdot 10^{-4}$ con metros.



a)



b)

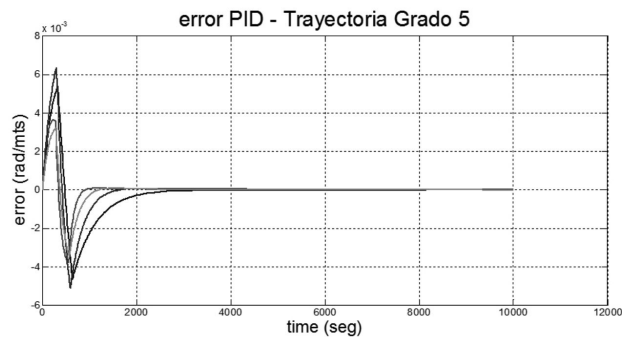


c)

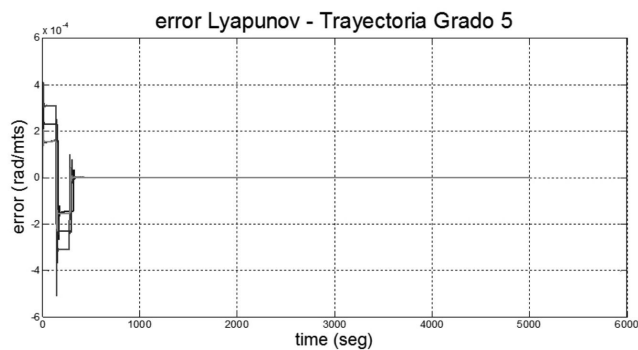
Figura 3. Error de Seguimiento. a) PID. b) CTC. c) Lyapunov.

5.2. Error de Seguimiento Trayectoria 5 grado

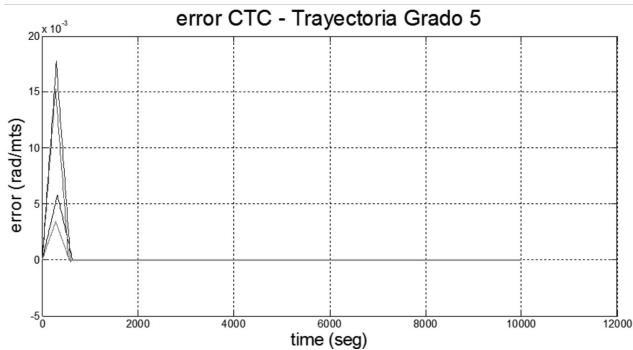
En la Figura 4 se encuentra el seguimiento de la trayectoria circular ante los distintos controladores implementados, como se puede observar en ésta los tres controladores realizan la trayectoria, además se muestra que el controlador por Lyapunov tiene un mejor desempeño presentando un error de estado transitorio $3.2 \cdot 10^{-4}$ metros frente a $6.3 \cdot 10^{-3}$ metros del controlador PID y de $17.8 \cdot 10^{-3}$ metros del controlador CTC. Además, con un error de estado estacionario en donde Lyapunov presenta $0.12 \cdot 10^{-6}$ metros frente al PID con $6 \cdot 10^{-5}$ metros y al CTC con $0.1 \cdot 10^{-4}$ metros.



a)



b)

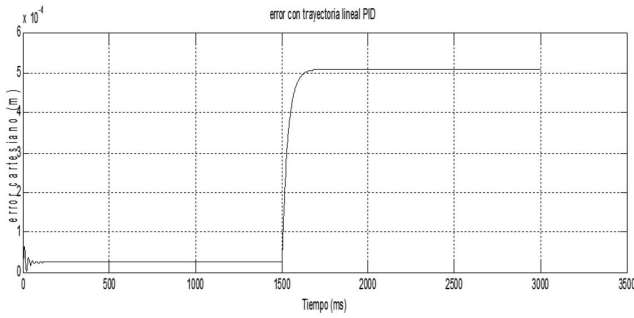


c)

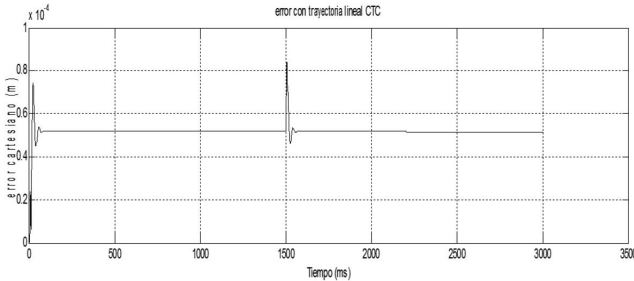
Figura 4. Error de Seguimiento de trayectorias. a) PID. b) CTC. c) Lyapunov.

5.3. Error de Seguimiento Trayectoria Lineal

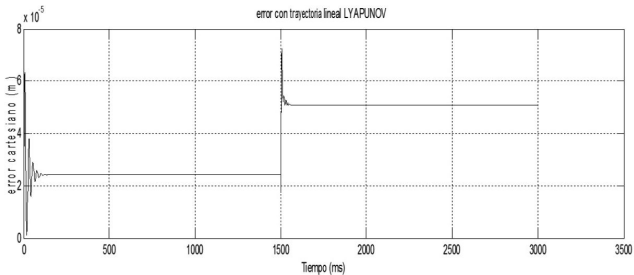
Ahora bien, en la Figura 5 se presenta el error de seguimiento de cada uno de los controladores PID, CTC y Lyapunov, en donde se muestra que el controlador por Lyapunov tiene un mejor desempeño presentando un error de estado transitorio de $5 \cdot 10^{-5}$ metros frente a $5.1 \cdot 10^{-4}$ metros del controlador PID y de $1 \cdot 10^{-4}$ metros del controlador CTC. Además, con un error en estado estacionario de Lyapunov de $1.3 \cdot 10^{-7}$ y PID de $2 \cdot 10^{-5}$ metros.



a)



b)



c)

Figura 5. Error de Seguimiento de trayectorias. a) PID. b) CTC. c) Lyapunov.

6. Variación de Estimación

Además de hacer la comparación entre los distintos controladores PID, CTC y Control Adaptivo de Trayectoria por Lyapunov, se hace necesaria la inclusión de un parámetro de error en el modelamiento o parámetro de incertidumbre, para tal motivo se realizaron pruebas de simulación entre un margen de error de modelamiento de -20%, -10%, 10% y 20%, arrojando los siguientes resultados que pueden ser observados en estado transitorio (Tabla 3) y estado estacionario (Tabla 4).

Tabla 3. Análisis de resultados de incertidumbre estado transitorio.

% de incertidumbre	PID			CTC		Lyapunov		
	Circular	Grado 5	Lineal	Circular	Grado 5	Circular	Grado 5	Lineal
10	1.03×10^{-3}	6.8×10^{-3}	3.69×10^{-3}	7.25×10^{-4}	17.8×10^{-3}	5.12×10^{-5}	3.5×10^{-4}	4×10^{-5}
20	1.1×10^{-3}	7.3×10^{-3}	3.69×10^{-3}	7.48×10^{-4}	17.8×10^{-3}	5.50×10^{-5}	3.8×10^{-4}	4×10^{-5}
-10	8.9×10^{-4}	5.8×10^{-3}	3.69×10^{-3}	6.65×10^{-4}	17.7×10^{-3}	4.35×10^{-5}	3.4×10^{-4}	4×10^{-5}
-20	8.2×10^{-4}	5.3×10^{-3}	3.69×10^{-3}	6.24×10^{-4}	17.7×10^{-3}	4.17×10^{-5}	3.2×10^{-4}	4×10^{-5}

Tabla 4. Análisis de resultados de incertidumbre estado estacionario.

% de incertidumbre	PID			CTC		Lyapunov		
	Circular	Grado 5	Lineal	Circular	Grado 5	Circular	Grado 5	Lineal
10	3.03×10^{-4}	0.09×10^{-4}	2×10^{-5}	4.982×10^{-4}	0.1×10^{-4}	3.92×10^{-6}	7×10^{-6}	1.3×10^{-7}
20	3.29×10^{-4}	0.09×10^{-4}	2×10^{-5}	4.99×10^{-4}	0.1×10^{-4}	3.99×10^{-6}	7×10^{-6}	1.3×10^{-7}
-10	2.55×10^{-4}	0.09×10^{-4}	2×10^{-5}	4.97×10^{-4}	0.1×10^{-4}	3.78×10^{-6}	7×10^{-6}	1.3×10^{-7}
-20	2.3×10^{-4}	0.09×10^{-4}	2×10^{-5}	4.84×10^{-4}	0.1×10^{-4}	3.72×10^{-6}	7×10^{-6}	1.3×10^{-7}

7. Esfuerzos de Control

Por ultimo se describe el esfuerzo de control realizado por cada uno de las técnicas de control implementadas, lo cual puede observarse en la Tabla 5, donde se analiza el esfuerzo en los estados transitorio y estacionario [12].

Tabla 5. Análisis de resultados de esfuerzo de control

Estado	PID			CTC		Lyapunov		
	Circular	Grado 5	Lineal	Circular	Grado 5	Circular	Grado 5	Lineal
Transitorio	29, -56	3, -2	5, -4	28, -45	3, -2.5	10, -15	3.5, -3.5	50, -40
Estacionario	0.5, -0.2	0.02, -0.9	0.5, -0.2	0.5, -0.5	0.02, -0.1	0.3, -0.1	0.01, -0.09	0.02, -0.1

8. Conclusiones

La temática desarrollada en este artículo se enfoca en el diseño y simulación de un controlador de trayectoria del robot manipulador Scorbot 5V-plus, en el cual se utilizan esquemas de control No lineal y específicamente el relacionado con el control adaptivo

de trayectoria según los criterios de estabilidad de Lyapunov. La ley de control propuesta se basa en el modelo dinámico del robot.

Una de las principales contribuciones del proyecto es poder brindar a la industria de manipuladores el diseño de un controlador que redujo el margen de error de seguimiento para estado transitorio en un orden de magnitud y para estado estacionario en dos órdenes de magnitud, con respecto a los obtenidos por los otros controladores. Esto con un corto tiempo de establecimiento y con bajos valores de ganancias compensatorias, lo que permite tener un pequeño esfuerzo de control.

Otro aporte importante en el desarrollo de control de manipuladores, es que el control adaptivo de trayectoria permite trabajar con sistemas no-linealidades pudiendo garantizar la estabilidad exponencial global, sin importar la variación de parámetros, dotando al sistema de robustez debido a que responde muy fielmente a las tareas de ejecución programadas para el manipulador.

Bibliografía

- [1] J. Hale. "Topics Dynamic Bifurcation Theory". Conference board of the mathematical sciences regional conference series in mathematics number 47, 1980.
- [2] A. Vivas, "Diseño y control de robots industriales: teoría y práctica", Primera edición, elaleph.com, P.p. 69, 95,114, 2010.
- [3] W. Khalil y E. Dombre. "Modeling identification and control of robots". Hermes Penton Science, 2002.
- [4] D. Vera, y F. Escobar. "Control y simulación de un robot de cinco grados de libertad, utilizando Lyapunov". Tesis de pregrado ingeniería electrónica. Facultad de Ingenierías, Corporación Universitaria Autónoma del Cauca. Colombia, 2010.
- [5] J. Craig. "Introduction to robotics mechanics and control". Addison-Wesley, Publishing Company, 1989.
- [6] L. Slotin y J. Jacques. "Applied nonlinear control", 2 ed., Prentice Hall, NJ, P.p. 311- 318 , 1991.
- [7] C. Gaviria. "Notas de Clase: Teoría de sistemas lineales", Universidad del Cauca, Popayan, P.p. 1-20 ,2010.
- [8] R. Perez. "Notas de Clase: Non lineal control systems", Universidad de Wisconsin-Milwaukee y Universidad del Cauca, Popayan, P.p. 1-8, 2010.
- [9] R. Serón. "Sistemas No Lineales", Notas de Clase, Basadas en Khalil, H. Nonlinear Systems. Segundo edición. Prentice Hall, P.p. 112 - 118 , NJ, 1996.
- [10] J. Molina, D. Pernia y E. Luzardo. "Introducción a los Controladores PID". Postgrado en Automatización e Instrumentación, Venezuela, P.p. 7, 2009.
- [11] A. Constán y K. Torres. "Modelado, identificación paramétrica y control de un robot de cinco grados de libertad", Tesis de pregrado en Automática Industrial, Colombia, 2008.
- [12] D. Vera, F. Escobar y V. Mosquera. "Nonlinear Control for a 5 Dof Robot". En: III Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica. Colombia, 2011.