

Modelado, simulación y emulación del sistema electro mecánico motor-volante-tren de engranajes

- Mathematical modelling, simulation and emulation of the electro-mechanical system, flywheel-gear train-engine.

Phd (c) Luis Daladier Guerrero Otoya, (1)
Universidad Autónoma de Occidente, Colombia
lguerrerootoya@gmail.com

Phd (c) Paola Zárate Luna (2)
Centro de Investigación en Tecnologías Aeroespaciales CITAE, Colombia
paola.zarate@fac.mil.co

Fecha de Recepción: 13 de Marzo de 2019 / Fecha de Aceptación: 15 de Junio de 2019

Resumen: En este artículo se presenta el modelado matemático, simulación y emulación del sistema electro mecánico motor volante tren de engranajes. El modelado en tiempo continuo se realizó en el espacio de estados, posteriormente se seleccionó la función de transferencia más representativa y se discretizó utilizando el método de mapeo polo cero para finalmente emular el sistema a través de la plataforma electrónica Arduino Uno. Tanto en la simulación en Matlab como en la emulación en Arduino, se obtuvieron comportamientos similares con una ganancia de 0.68.

Palabras clave: Modelado matemático, simulación, emulación, espacio de estados, Matlab, Arduino, método de mapeo polo cero.

Abstract: This paper presents the mathematical modelling, simulation and emulation of the electro-mechanical system, flywheel-gear train-engine. Continuous time modelling was performed in the state space, then the most representative transfer function was selected and discretized using the zero pole mapping method to finally emulate the system using the Arduino Uno electronic platform. Both in the simulation performed in Matlab as in the Arduino emulation, similar behaviors were obtained with a gain of 0.68.

Keywords: Mathematical modelling, simulation, emulation, state space, Matlab, Arduino, zero pole mapping method.

1. Introducción:

En la predicción del comportamiento dinámico de un sistema (fase de análisis), o en su mejora en la evolución temporal o de la frecuencia (fase de diseño), se requiere del conocimiento del modelo matemático tanto del equipo como de las señales que hay en su alrededor. Este requisito es cada vez más importante en las nuevas fases de elaboración y producción de los equipos y está íntimamente relacionado con la competitividad industrial [1], [2]. Hoy en día, las metodologías de diseño asistido por computador son de gran relevancia en ingeniería como soporte a la creciente complejidad

de procesos de regulación y control industrial [3]. Cuando un nuevo producto se diseña, antes de iniciar las etapas de desarrollo del sistema, éste debe haber superado las pruebas de simulación y de emulación. Los simuladores son programas de computador que predicen el comportamiento dinámico de los sistemas. Estos paquetes software se basan en el modelado matemático de los elementos que constituyen los sistemas y de las señales que reciben. La validez de los simuladores depende de la aproximación que hay entre los modelos matemáticos de los componentes y sus verdaderos comportamientos físicos [4] [5]. Luego se concluye que una mayor sofisticación de los modelos supondrá que

1. Ingeniero Mecánico de la Universidad Autónoma de Occidente y Especialista en Automatización Industrial de la Universidad del Valle. Actualmente, cursa el Doctorado en Ingeniería en la Universidad de Autónoma de Occidente.

2. Ingeniera de Sistemas de la Corporación Universidad Piloto de Colombia y Especialista en Seguridad de la Información de la misma Universidad. Actualmente, cursa el Doctorado en Ingeniería en la Universidad de Autónoma de Occidente, es docente de la Escuela Militar de Aviación Marco Fidel Suárez.

se aproxime más verazmente al comportamiento físico, produciendo casi nulas diferencias entre lo indicado en la simulación y en su implementación física [6]. Por tanto, no es de extrañar la importancia que tienen los simuladores en las empresas.

En la literatura existe una gran variedad de modelado dinámico que tienen aplicaciones en diferentes áreas de la ingeniería como la robótica, la construcción, la aeronáutica, la producción industrial o la logística, entre otros [6]. Pero concretamente sobre los sistemas de control, estos suelen tener componentes eléctricos y mecánicos, algunos también elementos neumáticos, térmicos e hidráulicos. De todos estos tipos en este trabajo se va a tratar del modelado de un sistema electromecánico tipo motor-volante-tren de engranajes.

El artículo se estructura de la siguiente manera: la sesión II muestra el modelo matemático del sistema, la sesión III presenta la función de transferencia del sistema, la sesión IV muestra la discretización por el método de mapeo polo cero, en la sesión V se aborda los resultados de la simulación en Matlab y la emulación en Arduino, y por último en la sesión VI se presentan las conclusiones del trabajo.

La Figura 1. Muestra un sistema electro-mecánico conformado por un motor de imán permanente el cual se activa con un voltaje V para hacer circular una corriente de armadura i a través de su circuito eléctrico conformado por una resistencia R y una bobina L, de esta manera transmitir una fuerza electromotriz e al eje del motor acoplado a un volante J1, el cual a través de un tren de engranajes transmite la potencia mecánica a una serie de volantes hasta llegar al volante final J4.

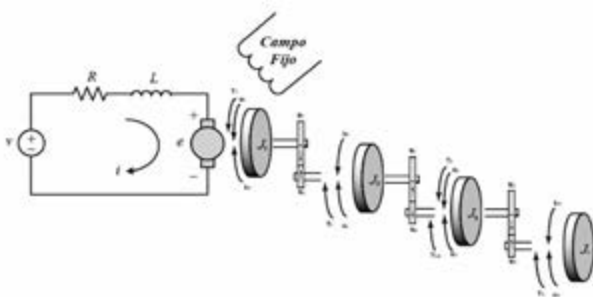


Fig. 1. Sistema electromecánico motor-volante-tren de engranajes

Para realizar el modelo matemático se considera al sistema como ideal, es decir, no existen pérdidas de potencia por fricción, el torque transmitido por el motor al sistema mecánico de volante-tren de engranajes permanecerá constante hasta el efector final (volante J4). En este tipo de sistemas es de gran importancia controlar la velocidad y el torque en el efector final para el funcionamiento

adecuado en las diferentes aplicaciones industriales.

2.1) Definición de estados, entradas y salidas

El modelado matemático se divide en ocho componentes: circuito eléctrico, volante 1, tren de engranajes 1, volante 2, tren de engranajes 2, volante 3, tren de engranajes 3 y volante 4 como efector final. El sistema se activa por una entrada de voltaje V y se perturba por una entrada debida a un torque externo Text, por lo tanto, estos dos parámetros serán las entradas del sistema u1 y u2, respectivamente. La variable manipulada para el funcionamiento es la corriente de armadura que circula a través de la resistencia R y la bobina L, es decir, al tratarse de un parámetro que almacena energía ésta será el primer estado mientras los desplazamientos rotacionales y las velocidades angulares de los volantes y trenes de engranajes serán el resto de los estados del sistema. Por lo tanto, se tienen los estados Xi, las entradas ui y las salidas Yi definidas de la siguiente manera.

$$X_1 = i \quad X_2 = \theta_1 \quad X_3 = \dot{\theta}_1 = w_1 = \dot{X}_2 \quad (1)$$

$$X_4 = \theta_2 \quad X_5 = \dot{\theta}_2 = w_2 = \dot{X}_4$$

$$X_6 = \theta_3 \quad X_7 = \dot{\theta}_3 = w_3 = \dot{X}_6$$

$$X_8 = \theta_4 \quad X_9 = \dot{\theta}_4 = w_4 = \dot{X}_8$$

$$u_1 = V \quad u_2 = T_{ext}$$

$$Y_1 = i = X_1 \quad Y_2 = w_1 = X_3$$

$$Y_3 = w_2 = X_5 \quad Y_4 = w_3 = X_7$$

$$Y_5 = w_4 = X_9$$

2.2) Modelo del circuito eléctrico

En estos sistemas se aplicarán las leyes de Kirchhoff, tanto los métodos de mallas como los de nudos. Para el circuito eléctrico RL mostrado en la Figura 2, se tiene:

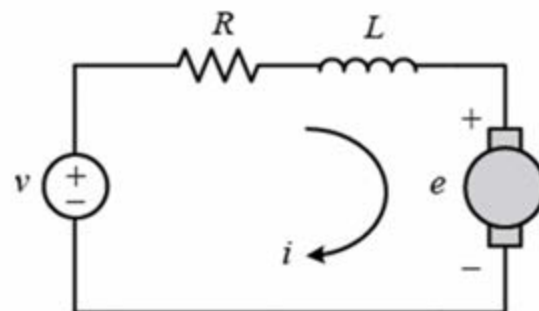


Fig. 2. Circuito de armadura del motor de corriente directa de imán permanente.

$$\sum V = 0 \quad (2)$$

$$v - Ri + L \frac{di}{dt} + e = 0 \quad e = kw$$

$$v - Ri + L \frac{di}{dt} + k_m w_1 = 0$$

Fig. 1. Sistema electromecánico motor-volante-tren de engranajes

Al aplicar transformada de La Place y despejar la variable manipulada, se tiene:

$$\mathcal{L}\{v - Ri + Ldi/dt + k_m w_1\} = 0 \quad (3)$$

$$V_{(s)} - RI_{(s)} + LI_{(s)}S + k_m W_{1(s)} = 0$$

$$I_{(s)} = \frac{-k_m W_{1(s)} v_{(s)}}{LS - R}$$

La representación en variables de estado de la ecuación que gobierna el circuito eléctrico es:

$$\dot{X}_1 = \frac{R}{L} X_1 - \frac{k_m}{L} X_3 - \frac{1}{L} U_1 \quad (4)$$

2.3) Modelo del sistema mecánico

Los movimientos de los sistemas mecánicos se pueden describir como de traslación o de rotación o de una combinación de ambos. Las ecuaciones que gobiernan los sistemas mecánicos están formuladas por la ley de movimiento de Newton. El sistema mecánico mostrado en la Figura 3, está compuesto por una serie de volantes y trenes de engranajes.

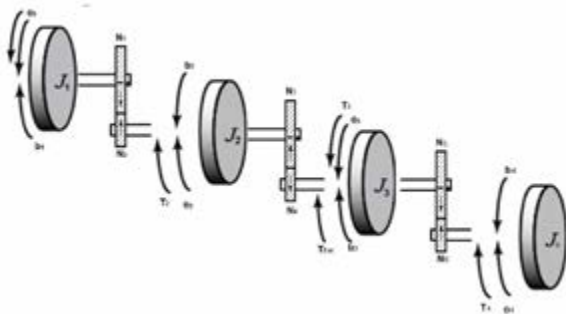


Fig. 2. Sistema mecánico volante-tren de engranajes

Para determinar la ecuación de movimiento del volante J1, se hace uso de la segunda ley de Newton aplicada a cuerpos en rotación.

$$\sum T = J_1 \dot{w}_1 \quad (5)$$

$$T_1 - b_1 w_1 = J_1 \dot{w}_1 \quad T_1 = k_T i$$

$$k_T i - b_1 w_1 = J_1 \dot{w}_1$$

Al aplicar transformada de La Place y despejar la variable de salida W1, se tiene:

$$\mathcal{L}\{k_T i - b_1 w_1\} = \mathcal{L}\{J_1 \dot{w}_1\} \quad (6)$$

$$k_T I_{(s)} - b_1 W_{1(s)} = J_1 W_{1(s)}$$

$$W_{1(s)} = \frac{k_T}{J_1 S + b_1} I_{(s)}$$

La representación en variables de estado de la ecuación que gobierna el circuito eléctrico es:

$$k_T X_1 - b_1 X_3 = J_1 \dot{X}_3 \quad (7)$$

$$\dot{X}_3 = \frac{k_T}{J_1} X_1 - \frac{b_1}{J_1} X_3$$

Ahora se determina la ecuación de relación de transmisión para el tren de engranajes 1 (ver Figura 4).

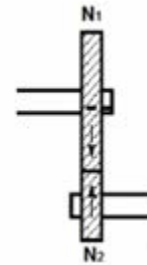


Fig. 4 Tren de engranajes

El tren de engranajes transmite el movimiento y la potencia del volante 1 hacia el volante 2.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (8)$$

$$N_1 \theta_1 - N_2 \theta_2 = 0$$

La representación de la ecuación de movimiento en variables de estado es de la siguiente manera.

$$N_1 X_1 - N_2 X_2 = 0 \quad (9)$$

Para el volante J2, se obtienen las ecuaciones de movimiento de forma similar a la del volante J1.

$$\sum T = J_2 \dot{w}_2 \quad (10)$$

$$T_2 - b_2 w_2 = J_2 \dot{w}_2 \quad T_2 = T_1 = k_T i$$

$$k_T i - b_2 w_2 = J_2 \dot{w}_2$$

$$k_T X_1 - b_2 X_5 = J_2 \dot{X}_5$$

$$\dot{X}_5 = \frac{k_T}{J_2} X_1 - \frac{b_2}{J_2} X_5$$

Para el tren de engranajes 2, se tiene:

$$\frac{N_3}{N_4} = \frac{\theta_3}{\theta_2} \quad (11)$$

$$N_3 \theta_2 - N_4 \theta_3 = 0$$

$$N_3 X_4 - N_4 X_6 = 0$$

Para el volante J3, se debe tener en cuenta que se tiene una entrada de perturbación $u_2 = Text$.

$$\sum T = J_3 \dot{w}_3 \quad (12)$$

$$T_3 - T_{ext} - b_3 w_3 = J_3 \dot{w}_3 \quad T_3 = T_2 = k_T i$$

$$k_T i - T_{ext} - b_3 w_3 = J_3 \dot{w}_3$$

$$k_T X_1 - u_2 - b_3 X_7 = J_3 \dot{X}_7$$

$$\dot{X}_7 = \frac{k_T}{J_3} X_1 - \frac{b_3}{J_3} X_7 - \frac{1}{J_3} u_2 \quad (13)$$

Para el tren de engranajes 3, se tiene:

$$\frac{N_5}{N_6} = \frac{\theta_4}{\theta_3} \quad (14)$$

$$N_5 \theta_3 - N_6 \theta_4 = 0$$

$$N_5 X_6 - N_6 X_8 = 0$$

Finalmente, se tiene el efector final del sistema, el volante J4.

$$\sum T = J_4 \dot{w}_4 \quad (15)$$

$$T_4 - b_4 w_4 = J_4 \dot{w}_4 \quad T_4 = T_3 = k_T i$$

$$k_T i - b_4 w_4 = J_4 \dot{w}_4$$

Aplicando transformación de La Place y despejando la variable de salida W_4 , se tiene:

$$\mathcal{L}\{k_T i - b_4 w_4\} = \mathcal{L}\{J_4 \dot{w}_4\} \quad (16)$$

$$k_T I_{(s)} - b_4 W_{4(s)} = J_4 W_{4(s)} S$$

$$W_{4(s)} = \frac{k_T}{J_4 S + b_4} I_{(s)}$$

Para la representación en variables de estado, se tiene:

$$k_T X_1 - b_4 X_9 = J_4 \dot{X}_9 \quad (17)$$

$$\dot{X}_9 = \frac{k_T}{J_4} X_1 - \frac{b_4}{J_4} X_9$$

2.4) Representación Matricial en Espacio de Estados

Para la representación matricial del espacio de estados se establecen valores genéricos de los parámetros del sistema tal como se muestra en la Tabla 1.

Tabla I.
PARÁMETROS DEL SISTEMA

Parámetro	Valor	Unidades
R	1	Ω
L	0.5	He
$J_i; i=1-2-3-4$	1	$Kg \cdot m^2$
$K_m = K_T$	2	
$b_i; i=1-2-3-4$	0.5	
$N_1 = N_3 = N_{5,4}$	100	dientes
N_2	20	dientes
N_4	25	dientes
N_6	50	dientes

El sistema se organiza matricialmente de acuerdo a la expresión.

$$\dot{x} = [A]x + [B]u \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix}$$

3. Función de transferencia:

En esta etapa se define la relación de entrada – salida como voltaje V(s) – velocidad angular W4(s) del volante J4, respectivamente, y se determina la función de transferencia para la misma.

$$W_4(s) = \frac{k_T}{J_4 s + b_4} I(s) = \left(\frac{k_T}{J_4 s + b_4} \right) \left(\frac{-k_m W_1(s) - V(s)}{sS - R} \right) = \frac{-k_m k_T}{(J_4 s + b_4)(sS - R)} W_1(s) - \frac{k_T}{(J_4 s + b_4)(sS - R)} V(s)$$

$$W_4(s) = \frac{-k_m k_T^2}{(J_4 s + b_4)(sS - R)(J_1 s + b_1)} I(s) - \frac{k_T}{(J_4 s + b_4)(sS - R)} V(s)$$

$$W_4(s) = \frac{-b_1 k_m k_T^2}{(J_4 s + b_4)(sS - R)(J_1 s + b_1)} I(s) - \frac{k_T}{(J_4 s + b_4)(sS - R)} V(s)$$

$$G(s) = \frac{W_4(s)}{V(s)} = \frac{-k_T (J_1 s + b_1)}{(J_4 s + b_4)(sS - R)(J_1 s + b_1) + k_T k_m - R b_1}$$

Reemplazando los valores de los parámetros de la Tabla 1, se tiene:

$$G(s) = \frac{-2s - 1}{0.5s^3 - 0.5s^2 - 0.375s + 1.75} \quad (21)$$

La función de transferencia G(s) se simula en Simulink por medio de un diagrama de bloques tal como se muestra en la Figura 5.

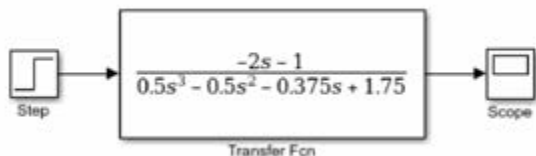


Fig. 5. Diagrama de bloques del sistema

Finalmente se tiene la función de transferencia del sistema de orden tres que gobierna la relación velocidad angular del volante efector final versus el voltaje de activación. Para determinar su comportamiento de manera estable

se realiza simulaciones en Matlab de la función de transferencia continua utilizando el mapeo polo-cero y en Simulink del sistema tal como se aprecia en las Figura 6 y Figura 7.

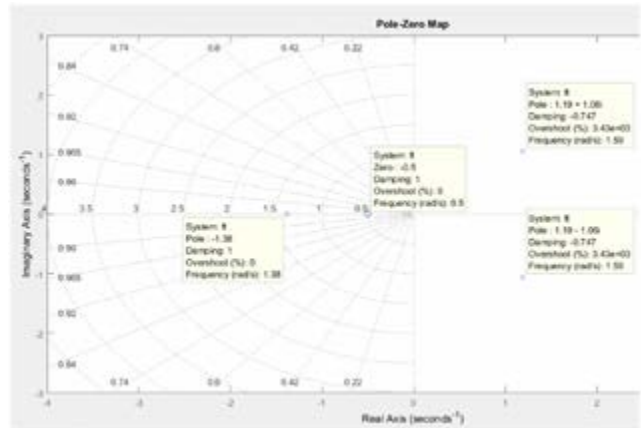


Fig. 6. Diagrama polo – cero

En la Figura 6, se muestra el diagrama polo-cero, en el cual se manifiesta la presencia de dos polos complejos conjugados (S1=1.19+1.06i, S2= 1.19+1.06i), en el lado real del diagrama lo cual nos muestra que el sistema se comporta de manera inestable. Este comportamiento se puede evidenciar en la simulación del sistema en Simulink (ver Figura 7).

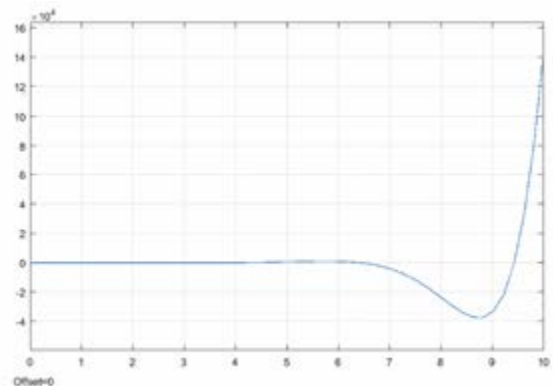


Fig.7. Respuesta en tiempo continuo de la función de transferencia original

Para garantizar que la salida se comporte estable, se hace uso de la Figura 6 en la que se muestra claramente un par de polos complejos conjugados en el lado derecho del diagrama que hace inestable al sistema. La solución propuesta es eliminar este par de polos complejos conjugados adicionando al sistema un par de ceros complejos conjugados de la misma magnitud obteniendo de esta manera una función de transferencia modificada GN(s) de menor orden y con una salida con comportamiento estable.

$$G_{N(s)} = \frac{(-2s-1)(s^2-2.38s+2.5397)}{(s+1.38)(s^2-2.38s+2.5397)} \quad (22)$$

Finalmente, se obtiene la función de transferencia modificada $GN(s)$ de primer orden.

$$G_{N(s)} = \frac{-2s-1}{s+1.38} \quad (23)$$

La función de transferencia $GN(s)$ se simula en Simulink por medio de un diagrama de bloques tal como se muestra en la Figura 8.

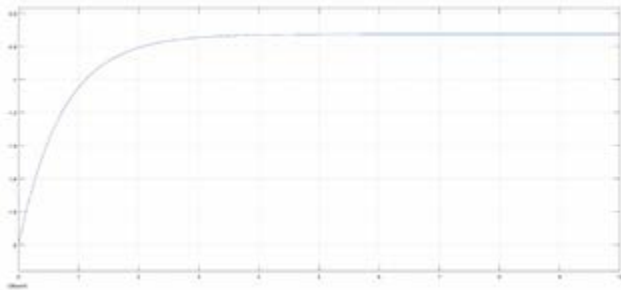


Fig. 8. Respuesta en tiempo continuo de la función de transferencia modificada

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-2s-1}{s+1.38} = \frac{-2s}{s} = -2 \quad (24)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{-1.45s - 0.72}{0.72s + 1} = -0.72$$

Por lo tanto, se tienen los valores del punto inicial y final en -2 y -0.72, respectivamente, lo cual concuerda perfectamente con la gráfica de la Figura 8.

4. Discretización por mapeo polo cero:

Mediante el uso de la técnica de Mapeo polo cero se transforma la función de transferencia modificada en continuo a su análogo en discreto mediante la siguiente expresión.

$$Z = e^{-T_m s} \quad (25)$$

Donde T_m es el tiempo de muestreo y S los polos del Sistema. Para realizar este proceso se convierte a la función de transferencia modificada $GN(s)$ a su forma genérica.

$$S = 1.38 \quad (26)$$

Con polo en $S = 1.38$. Luego, se tiene una constante de tiempo $\tau = 0.72$. Por recomendación el tiempo de muestreo

T_m debe ser la décima parte de la constante de tiempo.

$$\tau = 0.72 \quad T_m = \frac{\tau}{10} = 0.072 \quad (27)$$

Luego, se tiene:

$$Z = e^{-T_m s} = e^{-0.072(1.38)} = 0.9054 \quad (28)$$

$$G_{(z)} = \frac{-K_d}{Z - 0.9054}$$

Utilizando el teorema del valor final para determinar la ganancia continua K_C y discreta K_d , se tiene:

$$G_{N(s=0)} = \frac{-1.45(0) - 0.72}{0.72(0) + 1} = -0.72 \quad K_C = -0.72$$

$$G_{(z=1)} = \frac{K_d}{1 - 0.9054} = \frac{K_d}{0.0946} \quad (29)$$

$$-0.72 = \frac{K_d}{0.0946} \quad K_d = -0.06811$$

Por lo tanto, la función de transferencia en tiempo discreto es de la forma.

$$G_{(z)} = \frac{-0.06811}{Z - 0.9054} \quad (30)$$

Para realizar la emulación en Arduino es necesario convertir la función de transferencia discreta a la forma de ecuaciones en diferencias, por lo tanto, se tiene:

$$G_{(z)} = \frac{-0.06811}{Z - 0.9054} = \frac{W_4(z)}{V(z)}$$

$$W_4(z)Z - 0.9054W_4(z) = -0.06811V(z) \quad (31)$$

Al aplicar transformada Z inversa, se tiene:

$$Z^{-1}\{W_4(z)Z - 0.9054W_4(z)\} = Z^{-1}\{-0.06811V(z)\}$$

$$W_4(k+1) - 0.9054W_4(k) = -0.06811V(k) \quad (32)$$

Se define el estado, la entrada y la salida como:

$$X_1(k) = W_4(k) \quad u(k) = V(k) \quad y(k) = X_1(k) \quad (33)$$

Finalmente, se tiene la ecuación en diferencias del sistema electro-mecánico motor-volante-tren de engranajes.

$$X_1(k+1) = 0.9054X_1(k) - 0.06811u(k) \quad (34)$$

5. Resultados:

La función de transferencia original $G(s)$ del sistema presentó un comportamiento inestable, por tanto, fue necesario realizar un procedimiento de adición de ceros al sistema para la cancelación de polos que inestabilizan el sistema. Dicho comportamiento se aprecia en la Figura 9.

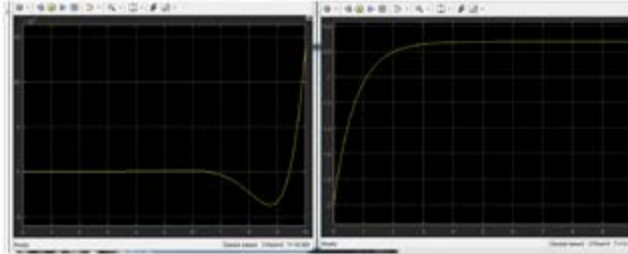


Fig. 9. Respuesta comparativa de las funciones de transferencia original $G(s)$ y modificada $GN(s)$.

Al realizar la simulación en Matlab se observa que la salida del sistema se comporta de acuerdo a los valores inicial y final determinados con los teoremas de valor inicial y de valor final en tiempo continuo.

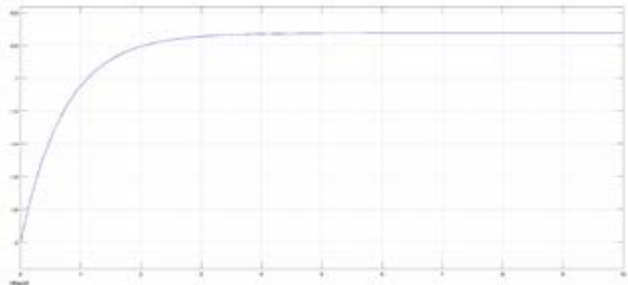


Fig. 10. Respuesta de la función de transferencia modificada $GN(s)$ simulada en Matlab.

Teorema del valor inicial

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-2s - 1}{s + 1.38} = \frac{-2s}{s} = -2 \quad (35)$$

Teorema del valor final

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{-1.45s - 0.72}{0.72s + 1} = -0.72 \quad (36)$$

Al realizar la emulación en Arduino para entradas aleatorias tipo escalón se obtuvo un comportamiento muy similar al de las simulaciones realizadas en Matlab.

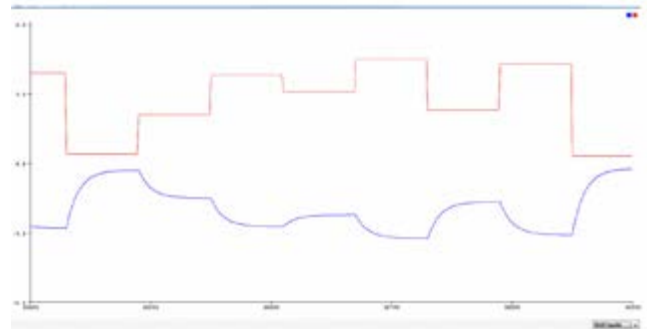
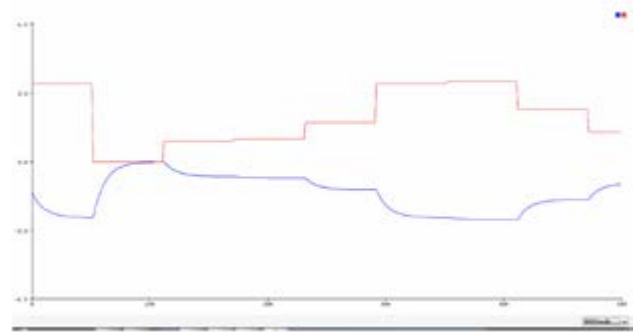


Fig. 11. Respuesta de la emulación del sistema realizada en la plataforma Arduino

La Figura 11, muestra la respuesta de la señal en el transmisor de la tarjeta arduino ante señales escalón aplicadas equivalentes a cambios en magnitud entre 0 y 5% en la potencia disipada del sistema. La señal roja corresponde a entradas aleatorias tipo escalón, mientras la señal azul representa la salida del sistema. Las gráficas de la Figura 11, muestran un comportamiento de respuesta de primer orden tal como se obtuvo en las simulaciones realizadas en Matlab en las Figuras 8 y 9. También es evidente como responde la señal del sistema (señal azul) a las diferentes entradas tanto en magnitud como en velocidad de reacción inferior en promedio a 1 segundo.

6. Conclusiones:

Los resultados tanto de la simulación en Matlab como de la emulación en Arduino son muy similares y coinciden con la teoría de control, pues se mantienen los valores inicial y final determinados con los teoremas de valor inicial y valor final. La función de transferencia modificada del sistema presenta un comportamiento de un sistema de primer orden lo cual la hace apta para la implementación de control en lazo cerrado además de haberse demostrado que los polos que priman sobre el sistema son los polos dominantes y por ende conservar dichos polos y eliminar los que causan inestabilidad al sistema.

REFERENCIAS / REFERENCES:

- [1] V. A, Diseño y Control de Robots Industriales: Teoría y Práctica, Elaleph, 2010.
- [2] L. Moreno, S. Garrido y C. Balaguer, Ingeniería de control. Modelado, análisis y control de sistemas dinámicos, Madrid: Universidad Carlos III de Madrid, 2014.
- [3] O. J. Chamorro, L. Daladier, G. Otoyá, J. Fernando, and F. Marulanda, "Rapid Control Prototyping with Scilab / Scicos , RTAI-Lab for the mic955 training module of the feedback instruments," IEEE Rev. Iberoam. Tecnol. del Aprendiz., vol. PP, no. August, p. 1, 2018.
- [4] R. S. Esfandiari y B. L. Lu, Modeling and Analysis of Dynamic Systems, New York: CRC Press, 2015.
- [5] E. Layer y K. Tomczyk, Measurements, Modelling and Simulation of Dynamic Systems, New York: Springer, 2010.
- [6] K. Ogata, Dinámica de sistemas, México: Prentice Hall, 1987.

